

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**

NGUYỄN NHỰT PHI LONG

**PHÂN TÍCH TRẠNG THÁI TỚI HẠN VÀ ĐÁNH GIÁ
ĐỘ TIN CẬY CHO MÔI HÀN LASER**

**LUẬN ÁN TIẾN SĨ
NGÀNH: CƠ KỸ THUẬT**

Tp. Hồ Chí Minh, 09/2020

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

NGUYỄN NHỰT PHI LONG

**PHÂN TÍCH TRẠNG THÁI TỚI HẠN VÀ ĐÁNH GIÁ
ĐỘ TIN CẬY CHO MÔI HÀN LASER**
NGÀNH: CƠ KỸ THUẬT - 9520101

Hướng dẫn khoa học:

1. PGS. TS. NGUYỄN HOÀI SƠN

Phản biện 1:

Phản biện 2:

Phản biện 3:

Số: 1210/QĐ-ĐHSPKT

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 31 tháng 12 năm 2014

QUYẾT ĐỊNH

Về việc thay đổi người hướng dẫn luận án cho NCS khóa 2012-2015

HIỆU TRƯỞNG TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP. HỒ CHÍ MINH

Căn cứ quyết định số 426/QĐ-TTg ngày 27/10/1976 của Thủ tướng Chính phủ quy định về mạng lưới tổ chức và nhiệm vụ của các trường đại học;

Căn cứ chương 6 Điều lệ Trường Đại học ban hành kèm theo quyết định số 58/2010/QĐ-TTg ngày 22 tháng 9 năm 2010 của Thủ tướng Chính phủ;

Căn thông tư số 10/2009/TT-BGDĐT ngày 07/5/2009 của Bộ Giáo dục và Đào tạo về việc Ban hành Quy chế đào tạo trình độ tiến sĩ;

Căn thông tư số 05/2012/TT-BGDĐT ngày 15/02/2012 của Bộ Giáo dục và Đào tạo về việc sửa đổi, bổ sung một số điều của Quy chế đào tạo trình độ tiến sĩ ban hành kèm theo Thông tư số 10/2009/TT-BGDĐT ngày 07/5/2009 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo;

Xét nhu cầu công tác và khả năng cán bộ;

Xét đề nghị của NCS và của Trưởng phòng Đào tạo,

QUYẾT ĐỊNH:

Điều 1. Đối người hướng dẫn chính đề tài luận án tiến sĩ cho:

Nghiên cứu sinh : **Nguyễn Nhật Phi Long**

Ngành : Cơ kỹ thuật

Khoá: 2012 – 2015

Tên luận án mới : **Phân tích trạng thái tới hạn và đánh giá độ tin cậy cho mỗi hàn laser**

Người HD thứ nhất (HD chính) : **PGS.TS. Nguyễn Hoài Sơn**

Người HD thứ hai :

Thời gian thực hiện : **01/10/2012 đến 01/10/2015**

Điều 2. Giao cho Phòng Đào tạo quản lý, thực hiện theo đúng Quy chế đào tạo trình độ tiến sĩ của Bộ Giáo dục & Đào tạo đã ban hành.

Điều 3. Trưởng các đơn vị và các Ông (Bà) có tên ở điều 1 chịu trách nhiệm thi hành quyết định này.

Quyết định có hiệu lực kể từ ngày ký.

Nơi nhận :

- BGH (để biết);
- Như điều 2, 3;
- Lưu: VT, ĐT (02).

HIỆU TRƯỞNG
PHÒNG HIỆU TRƯỞNG
TRƯỜNG
ĐẠI HỌC SƯ PHẠM
KỸ THUẬT
TP. HỒ CHÍ MINH
★ PGS. TS Lê Hiếu Giang

LÝ LỊCH KHOA HỌC

I. THÔNG TIN CÁ NHÂN

- Họ và tên: NGUYỄN NHỰT PHI LONG
- Ngày sinh: 14/09/1981 Nơi sinh: Tiền Giang Giới tính: Nam
- Địa chỉ: 98/9, Khu phố Đông A, Đông Hòa, Dĩ An, Bình Dương.
- Điện thoại: 0918347596
- Email: longnnp@hcmute.edu.vn
- Cơ quan – nơi làm việc: Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM.
- Địa chỉ cơ quan: 01 Võ Văn Ngân, Phường Linh Chiểu, Quận Thủ Đức, Tp. HCM.

II. QUÁ TRÌNH ĐÀO TẠO

- Từ 1999-2004: Sinh viên ngành Công nghệ Chế tạo máy, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM.
- Từ 2004-2006: Học viên cao học ngành Công nghệ Chế tạo máy, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM.
- Từ 2012-nay: Nghiên cứu sinh ngành Cơ kỹ thuật, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM.

III. QUÁ TRÌNH CÔNG TÁC

- Từ 2007-nay: Giảng viên Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp. HCM.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày .. tháng .. năm

Nguyễn Nhựt Phi Long

LỜI CAM ĐOAN

Tôi cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi.

Các số liệu, kết quả nêu trong Luận án là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Tp. Hồ Chí Minh, ngày .. tháng .. năm

Nguyễn Nhật Phi Long

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên, nghiên cứu sinh kính gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Thầy PGS.TS. Nguyễn Hoài Sơn, người giảng viên hướng dẫn nhiệt tình và tâm huyết, nhờ sự chỉ dẫn cụ thể và những góp ý của Thầy đã giúp nghiên cứu sinh hoàn thành luận án này.

Nghiên cứu sinh cũng chân thành gửi lời cảm ơn đến Ban chủ nhiệm, Quý Thầy, Cô của Khoa Xây dựng - Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM; Quý Thầy, Cô tham gia hướng dẫn các học phần trong chương trình đào tạo tiến sĩ; Hội đồng khoa học đánh giá chuyên đề Tổng quan, Chuyên đề khoa học 1, Chuyên đề khoa học 2, cấp Cơ sở; Nhà khoa học Phản biện cấp Cơ sở, cấp Trường; Đại diện Cơ quan - Đoàn thể, Nhà khoa học nhận xét bản tóm tắt; cộng sự đã đóng góp ý kiến, tạo điều kiện, động lực cho nghiên cứu sinh thực hiện công việc nghiên cứu.

Nghiên cứu sinh trân trọng cảm ơn Ban lãnh đạo Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM, Ban chủ nhiệm và Quý Thầy, Cô Khoa Cơ khí Chế tạo máy, Bộ môn Hàn và Công nghệ Kim loại vì đã có những chính sách hỗ trợ rất tốt cho nghiên cứu sinh học tập và làm việc.

Nghiên cứu sinh không quên cảm ơn gia đình luôn chia sẻ mọi khó khăn, là chỗ dựa vững chắc về vật chất lẫn tinh thần trong suốt thời gian thực hiện và hoàn thành luận án.

Kính chúc Ban lãnh đạo Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Tp.HCM, Ban chủ nhiệm Khoa Xây dựng, Ban chủ nhiệm Khoa Cơ khí Chế tạo máy, Bộ môn Hàn và Công nghệ Kim loại, Quý Thầy, Cô, Hội đồng khoa học, Nhà khoa học Phản biện, Đại diện Cơ quan - Đoàn thể, cộng sự, gia đình, đồng nghiệp, bạn bè mạnh khỏe, thành công trong cuộc sống.

Nghiên cứu sinh
Nguyễn Nhật Phi Long

TÓM TẮT LUẬN ÁN

Trong những năm gần đây, sự phát triển vượt bậc của công nghệ laser đã dần dần thay thế các công nghệ truyền thống nói chung, và hàn laser sử dụng trong các ngành công nghiệp khác nhau đã tăng lên nhanh chóng với các tính năng độc đáo. Chất lượng mối hàn được đặc trưng bởi hình học mối hàn, ảnh hưởng đến việc xác định tính chất cơ học của mối hàn. Điều đó được thể hiện thông qua mối quan hệ mật thiết giữa các thông số đầu vào: vật liệu, bề dày vật hàn, laser power (công suất laser), welding speed (tốc độ hàn), fiber diameter (đường kính sợi quang) và thông số đầu ra: hệ số hấp thụ, thông số đặc trưng hình học mối hàn: weld zone width (bề rộng mối hàn), weld penetration depth (độ ngấu mối hàn). Trong quá trình tiến hành thí nghiệm hay trong thực tế sản xuất, việc tiết kiệm vật liệu, công sức, thời gian là hết sức cần thiết, đòi hỏi giải pháp đem lại hiệu quả, năng suất cao. Trên tinh thần đó, đề tài luận án đã thực hiện một số đóng góp như sau:

✚ **Phương pháp tuần tự (sequential method)** được sử dụng để xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ và kích thước mối hàn điểm bằng laser. Trong phương pháp này, tại mỗi bước thời gian, vòng lặp Modified Newton – Raphson kết hợp với khái niệm bước thời gian kế tiếp (concept of future time) được sử dụng để xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ. Điểm thuận lợi của phương pháp này là giá trị hệ số hấp thụ chưa biết và quá trình xác định giá trị hệ số hấp thụ được thực hiện từng bước thời gian cho đến thời điểm kết thúc khảo sát. Hai ứng dụng với giá trị hệ số hấp thụ là hằng số và hệ số hấp thụ là hàm số mũ theo thời gian gia nhiệt được thực hiện, cho thấy việc *xác định ngược hệ số này bằng phương pháp đề xuất đạt sai số nhỏ hơn 1.5%*. Đồng thời, giá trị kích thước mối hàn: chiều rộng và chiều sâu mối hàn đạt sai số lần lượt là nhỏ hơn 0.3% và 0.5 % so với giá trị mong muốn.

✚ **Thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến (MDE – Modified Differential Evolution), thuật toán di truyền (GA – Genetic Algorithm) và thuật toán JAYA** được sử dụng để thực hiện *tối ưu hóa ngược thông số đầu vào của mối hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe nhằm đạt được kích thước mối*

hàn (kích thước mỗi hàn được cài đặt trước): Weld Zone Width ‘ WZW_{ref} ’ (μm) và Weld Penetration Depth ‘ WPD_{ref} ’ (μm). Kết quả tối ưu các tham số đầu vào: Laser Power ‘LP’ (W), Welding Speed ‘WS’ (m/min), và Fiber Diameter ‘FD’ (μm) của thuật toán GA với trọng số $\lambda = 0.1$ được so sánh với với kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] với sai số tương ứng là 1,89%, 4,80% và 2,92%. Bên cạnh đó, luận án cũng trình bày so sánh kết quả tối ưu giữa ba thuật toán ngẫu nhiên nêu trên: Thuật toán MDE có chất lượng và hiệu quả vượt trội so với các thuật toán JAYA và GA. Kết quả tối ưu của thuật toán MDE tiếp tục được so sánh với với kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] với sai số dưới 10%.

✚ Thuật toán tự động phát sinh lưới và tự động tăng bậc đa thức xấp xỉ được thực hiện giúp cho công việc tính toán linh hoạt và đa dạng. **Phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p-refinement** được sử dụng trong luận án này. Kết quả giá trị sai số chuẩn năng lượng biến dạng $\tilde{\eta}_{extra}$ cho bài toán lỗ vuông trong tấm vô hạn chịu kéo bằng phương pháp phần tử hữu hạn với h- p- refinement đạt giá trị lân cận 3%. Đồng thời, việc **đánh giá độ tin cậy phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p-refinement cho mỗi hàn giáp mỗi thép AISI 1018 bằng laser** đã đem lại kết quả rất khả quan. Số lượng lưới được khảo sát cho h- và p-refinement lần lượt là 11 (bậc đa thức $p = 1$) và 6 (bậc đa thức $p = 3 \div 8$). Kết quả giá trị sai số tương đối nằm trong phạm vi cho phép, dưới 10%. Ngoài ra, với kỹ thuật ngoại suy Richardson đã đạt được giá trị rất khả thi: sai số tương đối $\eta_{extra}^{max}(\%) = 3.756475407$ & $\eta_{extra}^{min}(\%) = 0.815296901$, chỉ số hiệu dụng $\bar{\theta}_{h-refinement} = 0.535667$ & $\bar{\theta}_{p-refinement} = 0.506616$ và chỉ số đều $SD_{h-refinement} = 0.019528$ & $SD_{p-refinement} = 0.103834$, thỏa mãn: $1 \leq \eta(\%) \leq 10$, $\theta \leq 1.2$, $SD \leq 0.2$ [94].

Kết quả đề tài luận án là cơ sở để phát triển các bài toán phức tạp hơn, thậm chí cả bài toán 3D, cũng như áp dụng có các vật liệu khác nhau. Đồng thời, luận án cũng góp phần rút ngắn khoảng cách giữa mô phỏng và thực nghiệm; nhằm tiết kiệm vật liệu, công sức, thời gian; đem lại hiệu quả, năng suất cao trong tiến hành thí nghiệm và thực tế sản xuất.

SUMMARY

The rapid development of laser technology in recent years has gradually replaced traditional technologies in general, and laser welding used in various industries has increased rapidly with unique features. The weld quality is characterized by weld geometry, which affects the determination of the mechanical properties of the weld. This is shown through the close relationship between the input parameters: material, welding thickness, laser power (laser power), welding speed (welding speed), fiber diameter (fiber diameter).) and output parameters: absorption coefficient, weld geometry characteristics: weld zone width, weld penetration depth (weld penetration). In the process of conducting experiments or in production practice, saving materials, effort and time are essential, requiring solutions to bring about efficiency and high productivity.

In this thesis, the Ph.D. student performed inverse determination of the absorption coefficient and weld size in spot laser welding by the sequential method: at each time step is solved by the modified Newton-Raphson method combined with the concept of future time used to establish the absorption coefficient value. The advantages of this method are that the functional form for the unknown absorption coefficient is not necessary to preselect and nonlinear least-square do not need in the algorithm. Two examples have been fulfilled to demonstrate the proposed method. The obtained results can be concluded that the proposed method is an accurate and stable method to inversely determine the absorption coefficient in the spot laser welding, and weld size (weld width and depth) are also very close to the desired value.

Secondly, the inverse optimization of input parameters (Laser Power 'LP' (W), Welding Speed 'WS' (m / min), and Fiber Diameter 'FD' (μm)) of laser weld for the AISI 416 and AISI 440FSe stainless steel to control the reached weld size (weld size is pre-set): Weld Zone Width 'WZW_{ref}' (μm) and Weld Penetration Depth 'WPD_{ref}' (μm) by the three meta-heuristic optimization algorithms: the Modified

Differential Evolution (MDE) algorithm, the Genetic Algorithm (GA) and the JAYA algorithm. The result of the GA algorithm with $\lambda = 0.1$ is compared with Khan's affirmation experiment result [25]: the error of the input parameters LP, WS, and FD, respectively, were 1.89 %, 4.80 %, and 2.92 %. Besides, the thesis also presents the effect of three different meta-heuristic algorithms: GA, JAYA and MDE. The MDE algorithm showed better efficiency and the result of this algorithm is compared with Khan's affirmation experiment result [25] with errors below 10%.

The representation of a continuous field of the problem domain with several piecewise fields results in discretization error in the finite element solution. This error can be reduced by two approaches: by decreasing the sizes of the elements: h- version, or by using higher-order approximation fields: p- version with the objective of obtaining solutions with prespecified accuracy and minimum cost of model preparation and computation. The value of the relative error of the strain energy $\tilde{\eta}_{extra}$ for an unstressed square hole in an infinite plate subjected to unidirectional tension by the h- p- refinement of the FEM reaches a neighboring value of 3%. At the same time, according to the Ph. D. student's knowledge, there have not been many studies evaluating the reliability of this method for welding in general and laser welding in particular. Another novelty of the thesis is that performing the reliability evaluation of the finite element method with h- refinement and p-refinement for AISI 1080 steel butt welded joints by the laser has brought very satisfactory results. Specifically, with h- refinement, the effective index θ is in the range (0.653 - 0.446), $\bar{\theta} = 0.535$ and the index $SD = 0.019$; and with p-refinement, θ is in the range (0.977 - 0.236), $\bar{\theta} = 0.506$ and $SD = 0.103$. The value of the result satisfies the requirement in [88]: $1 \leq \eta (\%) \leq 10, \leq 1.2, SD \leq 0.2$.

MỤC LỤC

Trang tựa	TRANG
Quyết định giao đề tài	
Lý lịch cá nhân	i
Lời cam đoan	ii
Lời cảm ơn	iii
Tóm tắt	iv
Mục lục	viii
Danh sách các chữ viết tắt	xi
Danh sách các ký hiệu	xii
Danh sách các bảng	xvi
Danh sách các hình	xvii
MỞ ĐẦU	1
1. Giới thiệu	1
2. Lý do chọn đề tài	2
3. Mục đích đề tài	4
4. Đối tượng nghiên cứu	4
5. Phạm vi nghiên cứu	4
6. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn	4
Chương 1. TỔNG QUAN TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU	6
1.1. Tổng quan về tình hình nghiên cứu	6
1.2. Mục tiêu nghiên cứu	15
1.3. Nội dung nghiên cứu	15
1.4. Phương pháp nghiên cứu	16
1.5. Bố cục luận án	16
Chương 2. ĐÁNH GIÁ MẬT ĐỘ DÒNG NHIỆT LASER CỦA MỖI HẸN ĐIỂM CHO THÉP KHÔNG GỈ AISI 304 BẰNG PHƯƠNG PHÁP TUẦN TỰ	17
2.1. Mô hình toán trên vật thể truyền nhiệt dẫn nhiệt 3D dưới tác động của nguồn laser	17

2.1.1. Phương trình truyền nhiệt dẫn nhiệt	17
2.1.2. Nguồn nhiệt của tia laser	20
2.1.3. Phương pháp phân tử hữu hạn cho bài toán truyền nhiệt dẫn nhiệt	23
2.1.4. Phương pháp nhiệt dung riêng hiệu quả trong bài toán thay đổi pha	25
2.2. Phương pháp giải quyết bài toán truyền nhiệt dẫn nhiệt của hàn điểm laser	27
2.2.1. Đặt vấn đề	27
2.2.2. Bài toán thuận	28
2.2.3. Phương pháp tuần tự (Sequential method)	29
2.2.4. Thuật toán	32
2.3. Kết quả minh chứng và thảo luận	33
2.3.1. Phát biểu bài toán hàn điểm bằng laser	33
2.3.2. Phương pháp tuần tự (Sequential method)	34
2.3.3. Thuật toán	36
2.3.4. Kết quả và thảo luận	37
a. Trường hợp 1	39
b. Trường hợp 2	43
Chương 3. TỐI ƯU HÓA THÔNG SỐ QUY TRÌNH NHẪM ĐẠT ĐƯỢC KÍCH THƯỚC MỐI HÀN LASER CHO THÉP KHÔNG GỈ AISI 416 VÀ AISI 440FSE BẰNG CÁC THUẬT TOÁN NGẪU NHIÊN	47
3.1 Thuật toán tối ưu	47
3.1.1 Thuật toán di truyền	47
3.1.2 Thuật toán JAYA	48
3.1.3 Thuật toán MDE	49
3.2. Xây dựng bài toán tối ưu	52
3.2.1 Khảo sát mối hàn laser	52
3.2.2 Hàm mục tiêu	53
3.2.3. Tham số của các thuật toán và lưu đồ thực hiện tối ưu	53
3.3. Kết quả và thảo luận	54

3.3.1. Thuật toán GA	55
3.3.2. Thuật toán GA, JAYA và MDE	56
Chương 4. ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN VỚI H- REFINEMENT VÀ P- REFINEMENT CHO MỐI HÀN GIÁP MỐI THÉP AISI 1018 BẰNG LASER	60
4.1. Sai số, tốc độ hội tụ và độ tin cậy trong xấp xỉ phần tử hữu hạn	60
4.1.1. Sai số	60
4.1.2. Tiêu chuẩn hội tụ	62
4.1.3. Độ tin cậy	64
4.2. Phân tích phần tử hữu hạn với h- refinement/làm mịn; p- refinement/làm mịn cho bài toán 2 chiều	65
4.2.1. Giới thiệu	65
4.2.2. Phân tích phần tử hữu hạn với h- refinement và p- refinement cho bài toán 2 chiều	66
4.2.3. Cấu trúc dữ liệu và tự động phát sinh lưới	81
4.3. Kết quả và thảo luận	91
4.3.1. Sai số tương đối của năng lượng biến dạng và chỉ số độ tin cậy	91
4.3.2. Ứng dụng 1: Bài toán lỗ vuông trong tấm vô hạn chịu kéo	94
4.3.2. Ứng dụng 2: Bài toán mối hàn giáp mối thép AISI 1018 bằng laser chịu kéo	99
a. Kết quả h- refinement	100
b. Kết quả p- refinement	109
Chương 5. KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN	114
CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU CỦA ĐỀ TÀI LUẬN ÁN	116
TÀI LIỆU THAM KHẢO	118

DANH SÁCH CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Laser	Ligth amplification by stimulated emission of radiation
CGM	Conjugate Gradient Method
ANOVA	Analysis Of Variance
TRIP	Transformation Induced plasticity
RSM	Response Surface Methodology
AISI	American Iron and Steel Institute
EDM	Electrical Discharge Machining
UTM	Universal Testing Machine
SEM	Scanning Electron Microscopy
PSO	Particle Swarm Optimization
PSO-BPNN	Back Propagation Neural Network
GA	Genetic Algorithm
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II
GRA	Grey Relational Analysis
MO-Jaya	Multi-Objective Jaya
HAZ	Heat-Affected Zone
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
JAYA	JAYA optimization algorithm
DE	Differential Evolution
MDE	Modified Differential Evolution
LP	Laser Power
WS	Welding Speed
FD	Fiber Diameter
WZW	Weld Zone Width
WPD	Weld Penetration Depth
FEM	Finite Element Method
MNR	Modified Newton-Raphson

DANH SÁCH CÁC KÝ HIỆU

Chương 2

$T(x,y,z,t)$: Trường nhiệt độ trong chi tiết ($^{\circ}C$ hoặc K)

k : Hệ số dẫn nhiệt ($\frac{W}{m^{\circ}C}$ hoặc $\frac{W}{mK}$)

ρ : khối lượng riêng ($\frac{kg}{m^3}$)

C_p : nhiệt dung riêng ($\frac{kJ}{kg^{\circ}C}$ hoặc $\frac{kJ}{kgK}$)

$q_s, q_s(r)$: mật độ dòng nhiệt bề mặt ($\frac{W}{m^2}$)

q_v : mật độ dòng nhiệt thể tích ($\frac{W}{m^3}$)

h : là hệ số trao đổi nhiệt chung trong truyền nhiệt phức hợp (bao gồm cả truyền dẫn nhiệt và trao đổi nhiệt đối lưu)/hệ số trao đổi nhiệt đối lưu ($\frac{W}{m^2^{\circ}C}$ hoặc $\frac{W}{m^2K}$)

n : pháp tuyến của bề mặt biên

σ : hằng số Stefan- Boltzmann ($\frac{W}{m^2^{\circ}C^4}$ hoặc $\frac{W}{m^2K^4}$)

ε : hệ số chiếu xạ/độ phát xạ của vật xám

T_0 : nhiệt độ môi trường ($^{\circ}C$ hoặc K)

v : vận tốc tia laser di chuyển ($\frac{m}{s}$)

ξ : khoảng cách của vị trí tia laser so với một điểm chuẩn (mm)

C : hệ số điều chỉnh độ rộng phân bố (mm^{-2})

I_0 : mật độ dòng nhiệt bề mặt lớn nhất của tia laser ($\frac{W}{m^2}$)

η : hệ số hấp thu

P : công suất của tia laser (W)

r_b : bán kính của tia laser (mm)

$[Ni]$: hàm dạng

$\{Ti\}$: vector nhiệt độ nút phần tử

$[C]$: ma trận chuyển đổi, $[K]$: ma trận nhiệt

$\{R\}$: vector nguồn nhiệt

λ : trọng số

$O(\Delta t)$: sai số do rời rạc thời gian bằng phương pháp sai phân

H: Enthalpy (J)

c_{eff} : Nhiệt dung riêng hiệu dụng ($\frac{kJ}{kg^{\circ}C}$ hoặc $\frac{kJ}{kgK}$)

c_s, c_f, c_l : nhiệt dung riêng trong thể rắn, (trung bình) rắn-lỏng và lỏng tương ứng

($\frac{kJ}{kg^{\circ}C}$ hoặc $\frac{kJ}{kgK}$)

L : ẩn nhiệt

T_s, T_l : nhiệt độ đông đặc/kết tinh và nóng chảy ($^{\circ}C$ hoặc K)

n_c, n_q : vector pháp tuyến trên mặt trao đổi nhiệt Γ_c và mặt nhận mật độ dòng nhiệt

Γ_q

Ω : Miền khảo sát

$\phi_m^{T,i_T}, \phi_m^{q_s,i_{q_s}}, \phi_m^{q_c,i_{q_c}}, \phi_m^{q_v,i_{q_v}}$: thông số chưa biết của nhiệt độ, mật độ dòng nhiệt bề

mặt, trao đổi nhiệt tại biên, và mật độ dòng nhiệt thể tích tương ứng

c : chỉ số biểu hiện vị trí của những cảm biến

Φ_c : nhiệt độ tính toán từ bài toán thuận ($^{\circ}C$ hoặc K)

Φ_m : nhiệt độ đo lường ($^{\circ}C$ hoặc K)

r : bước thời gian kế tiếp

$p \times r$: số phương trình của hệ

Ψ : độ nhạy

δ và ε_s : giá trị dừng

$\lambda_e \sigma$: sai số với σ là sai số chuẩn và λ_e là số ngẫu nhiên

Chương 3

N : số cá thể trong một quần thể

D : đặc trưng của mỗi cá thể

$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N]^T$: quần thể khởi tạo ban đầu

CF: hệ số lai tạo

MF: hệ số đột biến

$F_i^k = f(X_i^k), \forall i$: giá trị hàm mục tiêu của từng cá thể trong thế hệ thứ k

F: số đột biến

CR: xác suất lai ghép

WZW_{ref}, WPD_{ref} : bề rộng mỗi hàn và độ ngẫu mỗi hàn được đặt trước (mm)

(WZW_{min}, WZW_{max}) và (WPD_{min}, WPD_{max}) : giới hạn của thông số kích thước mỗi hàn (mm)

f : hàm mục tiêu

Chương 4

$(e_h)_u$: Sai số trên trường chuyển vị (%)

$(e_h)_\sigma$: Sai số trên trường ứng suất (%)

$\|e\|_{E(\Omega)}$: sai số chuẩn năng lượng (%)

$U = \frac{1}{2} \|u\|_\Omega^2$: năng lượng biến dạng chính xác (J)

$U_h = \frac{1}{2} \|u_h\|_\Omega^2$: năng lượng biến dạng phần tử hữu hạn (J)

N : là số bậc tự do

C : hằng số

r_C : tốc độ hội tụ của sai số

η_{FEM} : sai số tương đối giữa năng lượng biến dạng chính xác và năng lượng biến dạng FEM (%)

η_{extra} : sai số tương đối giữa năng lượng biến dạng FEM lưới thứ $i+1$ và lưới thứ i

θ : Chỉ số hiệu dụng, $\bar{\theta}$: giá trị trung bình của θ

SD: chỉ số đều

E: mô-đun đàn hồi (MPa hoặc GPa)

ν : hệ số Poissons

$\{d\}$: vectơ chuyển vị nút (ẩn sơ cấp)

$[L]$: toán tử vi phân

$[S]$: ma trận biến dạng

$[E]$: ma trận Hooke

$[T]$: ma trận tính ứng suất

i: chỉ số quan hệ các nút

n: số nút

$[k_{ii}]$: ma trận độ cứng phần tử

$\{g_i\}$: vector tải phần tử

$[k_{ih}], [k_{hh}], \{f_h\}$: lần lượt là các ma trận độ cứng con và vectơ tải liên kết với các hàm dạng *Hierarchical*

δ_{ij} : *Kronecker delta*

p : bậc đa thức

J : Jacobian của phép ánh xạ hình học

ξ_i, η_j : lần lượt là tọa độ Gauss theo các phương tọa độ

w_i, w_j : lần lượt là trọng số theo các phương tọa độ

n, l: số điểm Gauss theo các phương, giá trị tham khảo

DANH SÁCH CÁC BẢNG

	TRANG
Bảng 2.1. Sai số tương đối trung bình trong với $\sigma \neq 0$, Trường hợp 1	42
Bảng 2.2. Sai số tương đối trung bình trong với $\sigma \neq 0$, Trường hợp 2	44
Bảng 2.3. Chiều rộng và chiều sâu mỗi hàn tại $t = 5s$ trong Trường hợp 2	45
Bảng 2.4. Sai số chiều rộng và chiều sâu mỗi hàn tại $t = 5s$ trong Trường hợp 2	45
Bảng 3.1. Các bước thực hiện thuật toán GA	47
Bảng 3.2. Các bước thực hiện thuật toán JAYA	48
Bảng 3.3. Tham số của các thuật toán GA, JAYA và MDE	54
Bảng 3.4. Giới hạn thông số của hệ laser	54
Bảng 3.5. Giá trị thông số đầu vào được tối ưu và giá trị tốt nhất của hàm mục tiêu sau 10 lần chạy	55
Bảng 3.6. So sánh giữa thông số hệ laser đã tối ưu và kết quả thực nghiệm	56
Bảng 3.7. Giá trị thông số đầu vào được tối ưu và giá trị tốt nhất của hàm mục tiêu sau 10 lần chạy	57
Bảng 3.8. Bộ thông số tối ưu với từng thuật toán	59
Bảng 3.9. So sánh giữa thông số hệ laser đã tối ưu và kết quả thực nghiệm	59
Bảng 3.10. Bộ tham số tối ưu	59
Bảng 4.1. Các hàm dạng <i>Hierarchical</i> 1 chiều	74
Bảng 4.2. Số dofs trên phần tử tương ứng với bậc p cho phần tử tam giác	76
Bảng 4.3. Số dofs trên phần tử tương ứng với bậc p cho phần tử tứ giác	79
Bảng 4.4. Kết quả sai số tương đối của h-refinement (uniform mesh) và h-refinement (grade mesh)	97
Bảng 4.5. Kết quả sai số tương đối của p-refinement (uniform mesh) và p-refinement (grade mesh)	97
Bảng 4.6. Kết quả sai số tương đối của h-p-refinement (uniform mesh) và h-p-refinement (grade mesh)	97
Bảng 4.7. Kết quả sai số tương đối, chỉ số hiệu dụng, chỉ số đều của h-refinement (uniform mesh)	108
Bảng 4.8. Kết quả sai số tương đối, chỉ số hiệu dụng, chỉ số đều của p-refinement (uniform mesh)	112

DANH SÁCH CÁC HÌNH

	TRANG
Hình 1. Bước sóng của laser CO ₂ , Nd:YAG và một số loại khác	1
Hình 2.1. Tầm phẳng được gia nhiệt bởi một tia laser	17
Hình 2.2. Phân tổ vật thể	18
Hình 2.3. Chi tiết được gia nhiệt bởi tia laser dịch chuyển	19
Hình 2.4. Mô hình đĩa tròn phân bố Gauss	20
Hình 2.5. Nguồn nhiệt laser phân bố Gauss trên đĩa tròn	21
Hình 2.6. Mô hình đĩa trong tọa độ di chuyển	22
Hình 2.7. Mô hình nguồn nhiệt elíp kép	23
Hình 2.8. Sự thay đổi của nhiệt dung riêng hiệu quả và enthalpy	26
Hình 2.9. Truyền nhiệt ba chiều tổng quát	28
Hình 2.10. Mô hình hàn điểm laser	33
Hình 2.11. Sơ đồ thuật toán	37
Hình 2.12. Đặc tính vật liệu của AISI 304	37
Hình 2.13. Lưới chia của FEM	38
Hình 2.14. Trường nhiệt độ trong mẫu hàn	40
Hình 2.15. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thụ với $\sigma = 0$, Trường hợp 1	40
Hình 2.16. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thụ với $\sigma = 1.5$ với $r = 2$	41
Hình 2.17. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thụ với $\sigma = 0$ với $r = 2$ trong Trường hợp 2	43
Hình 2.18. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thụ trong Trường hợp 2	43
Hình 2.19: Kích thước chính xác (Exact) và kích thước xác định ngược (Estimated) của mỗi hàn	45
Hình 3.1. Thông số đầu ra của mỗi hàn laser	52
Hình 3.2. Sơ đồ thực hiện tối ưu thông số hệ laser	53
Hình 3.3. Lưu đồ thuật toán thực hiện tối ưu thông số hệ laser	54
Hình 3.4. Giá trị trung bình của hàm mục tiêu f	55

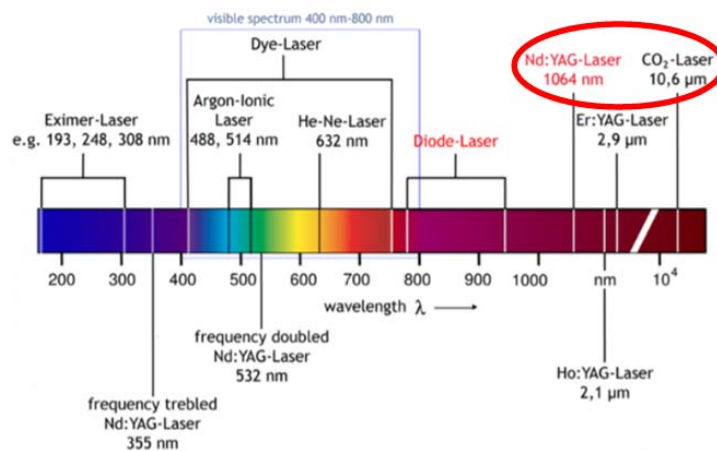
Hình 3.5. Giá trị trung bình của hàm mục tiêu f	58
Hình 4.1. Mô hình vật lý	67
Hình 4.2. Phần tử một chiều 2 nút	74
Hình 4.3. Đồ thị 10 hàm dạng và đạo hàm của hàm dạng Hierarchical 1 chiều	75
Hình 4.4. Phần tử tam giác trong hệ tọa độ chuẩn	75
Hình 4.5. Phần tử tứ giác trong hệ tọa độ chuẩn	77
Hình 4.6. Ánh xạ biên hình học	80
Hình 4.7. Sơ đồ tổ chức quản lý miền hình học	82
Hình 4.8. Sơ đồ tổ chức quản lý dữ liệu của miền	84
Hình 4.9. Cấu trúc chương trình	94
Hình 4.10. Tấm hình dạng L trong lỗ vuông trong tấm vô hạn chịu kéo	95
Hình 4.11. Mô hình phần tử hữu hạn lưới đều (uniform mesh)	95
Hình 4.12. Kết quả phần tử hữu hạn grade mesh	96
Hình 4.13. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h-refinement	98
Hình 4.14. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của p-refinement	98
Hình 4.15. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h-p-refinement	98
Hình 4.16. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của h-refinement	99
Hình 4.17. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của p-refinement	99
Hình 4.18. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của h-p-refinement	99
Hình 4.19. Mô hình hàn laser chịu kéo	100
Hình 4.20. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $1 \times 1 \times 1$ của h-refinement (uniform mesh)	102
Hình 4.21. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $5 \times 5 \times 1$ của h-refinement (uniform mesh)	103

Hình 4.22. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $10 \times 10 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)	104
Hình 4.23. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $15 \times 15 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)	106
Hình 4.24. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $20 \times 20 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)	107
Hình 4.25. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h- refinement	109
Hình 4.26. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số tương đối của h- refinement	109
Hình 4.27. Quan hệ giữa số bậc tự do và chỉ số hiệu dụng của h- refinement	109
Hình 4.28. Kết quả phần tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 2$ của p- refinement (uniform mesh)	110
Hình 4.29. Kết quả phần tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 5$ của p- refinement (uniform mesh)	111
Hình 4.30. Kết quả phần tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 8$ của p- refinement (uniform mesh)	112
Hình 4.31. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của p- refinement	113
Hình 4.32. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số tương đối của p- refinement	113
Hình 4.33. Quan hệ giữa số bậc tự do và chỉ số hiệu dụng của p- refinement	113

MỞ ĐẦU

1. Giới thiệu

Laser (**L**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation) là tia sáng có cường độ tập trung năng lượng cao được tạo ra bởi quá trình khuếch đại ánh sáng bằng phát xạ kích thích, được giới thiệu đầu tiên bởi nhà khoa học Schawlow và Townes vào năm 1960. Trong những năm gần đây, sự phát triển vượt bậc của công nghệ laser đã dần dần thay thế các công nghệ truyền thống. Với những thuận lợi như: giá trị cường độ năng lượng được điều chỉnh linh hoạt, độ chính xác cao, tốc độ xử lý nhanh, và vùng ảnh hưởng nhiệt nhỏ, không ô nhiễm, ... vì vậy, những ứng dụng của laser được ưu tiên và sử dụng rộng rãi trong những ngành công nghiệp hiện đại: công nghiệp ô tô và hàng không, công nghiệp điện tử và công nghiệp sản xuất thiết bị y tế [1, 2]. Trong đó, việc sử dụng hàn laser trong các ứng dụng công nghiệp khác nhau đã tăng lên nhanh chóng với các tính năng độc đáo như nguồn nhiệt đầu vào thấp và chính xác, vùng ảnh hưởng nhiệt nhỏ, chiều rộng mối hàn hẹp, độ ngấu mối hàn sâu, ứng suất thấp, biến dạng nhỏ, tốc độ hàn cao [2, 3].



Hình 1. Bước sóng của laser CO₂, Nd:YAG và một số loại khác [4]

Hai loại tia laser được sử dụng rộng rãi trong quá trình hàn và xử lý vật liệu là tia laser Carbon Dioxide (CO₂) và Neodymium-Doped Yttrium Aluminium Garnet (Nd:YGA), có bước sóng ngoài bước sóng nhìn thấy của mắt người lần lượt là 10.6 μm và 1.06 μm (Hình 1).

Đối với quá trình hàn và xử lý vật liệu, laser được xem là một nguồn nhiệt có năng lượng cao. Cường độ năng lượng của tia laser có thể điều chỉnh trong một

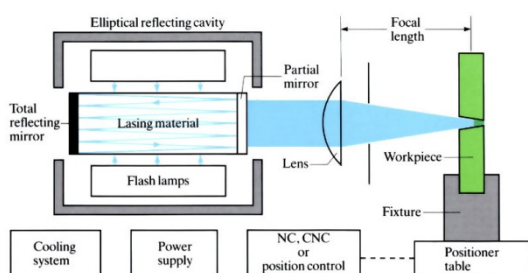
khoảng giá trị từ vài mW đến hàng trăm kW bằng cách điều chỉnh sự hội tụ và phân kỳ của tia laser. Vì vậy, tia laser được xem như một nguồn nhiệt có năng lượng rất lớn với khoảng điều chỉnh cường độ năng lượng rất rộng là linh hoạt. Hay nói cách khác, tia laser có thể làm bốc hơi bất kỳ loại vật liệu nào và cũng có thể cung cấp một lượng nhiệt mong muốn cho một vật nào đó. Đặc biệt, laser được xem là một nguồn nhiệt dễ tạo ra và rất linh hoạt trong ngành công nghiệp tự động. Do vậy, laser được nhìn nhận như một công nghệ hiện đại đối với các quá trình gia công và xử lý vật liệu như: tôi cứng bề mặt, hàn, khoan, tạo hình, ...[3].

2. Lý do chọn đề tài

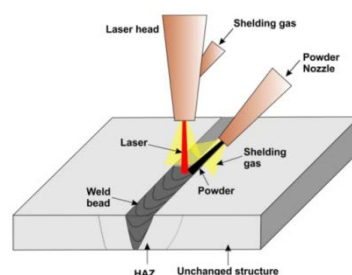
Hàn tia laser cũng là một quá trình hàn với mật độ năng lượng cao, trong đó sử dụng hiện tượng phóng dòng điện cao áp để kích thích hỗn hợp khí He, N₂ và CO₂ nhằm tạo ra tia sáng có bước sóng không đổi. Tia laser này còn được khuếch đại bởi phản xạ liên tiếp giữa hai gương song song. Một trong hai gương này sẽ truyền một phần và cho phép tia thoát ra, tạo nên chùm tia laser. Để tránh quá nhiệt, hỗn hợp khí được bổ sung liên tục. Các ứng dụng công nghiệp đòi hỏi chùm tia laser có công suất đến 5 kW. Chùm tia laser được hội tụ vào vật hàn bởi một gương hội tụ và để có đạt được chất lượng hàn cần thiết, mật độ năng lượng và tốc độ hàn phải tương ứng với loại vật liệu cần hàn và chiều dày tấm. Kích thước nhỏ của điểm hội tụ đòi hỏi kiểm soát chính xác việc gá lắp trước khi hàn. Ta có thể sử dụng dây hàn bổ sung, mặc dù đây là quá trình cho phép hàn ngẫu không cần vật liệu bổ sung các tấm có chiều dày khá lớn. Khi hàn cần sử dụng khí bảo vệ đối với vũng hàn, tuy nhiên chỉ có những loại khí bảo vệ có thể năng ion hóa cao như helium mới cho phép ngăn được việc hình thành các đám mây hơi plasma phía trên vũng hàn, mà có thể làm giảm mật độ năng lượng của tia laser. Hàn tia laser có nhiều đặc điểm giống với hàn tia điện tử, kể cả chi phí mua sắm thiết bị cao. Tuy nhiên có thể đưa tia laser đi xa vài mét từ nguồn tia mà không có tổn thất năng lượng, với độ linh hoạt cao, cho phép ứng dụng cao trong hàn tự động năng suất cao. Hàn tia laser có thể sánh với hàn hồ quang bằng điện cực không nóng chảy trong môi trường khí bảo vệ đối với chiều dày tấm dưới 10 mm và với hàn tia điện tử đối với chiều dày tấm dưới 25 mm. Tuy nhiên so với hàn tia điện tử, hàn tia laser có lợi hơn do không cần chân không và đòi hỏi độ chính xác gá lắp cũng nhỏ hơn.

Trong lĩnh vực nghiên cứu cũng như trong thực tế sản xuất của quá trình hàn, vấn đề hết sức quan tâm là việc lựa chọn, kiểm soát thông số đầu vào (vật liệu, bề dày vật hàn, công suất, hệ số hấp thụ, tốc độ hàn, ..) và đánh giá sự ảnh hưởng của các thông số đó đến hình học mối hàn (bề rộng vùng hàn, độ ngấu mối hàn), đặc trưng cho chất lượng mối hàn, liên quan tính chất cơ học của mối hàn [5]:

Thông số đầu vào: Vật liệu, bề dày vật hàn, công suất laser, hệ số hấp thụ, tốc độ hàn, đường kính sợi quang,



Nguyên lý hàn laser [6]

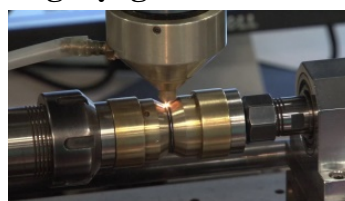


Quá trình thực hiện mối hàn laser [7]

Một số sản phẩm ứng dụng hàn laser

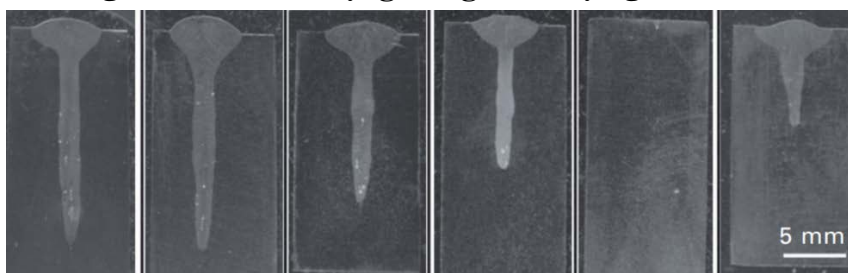


[8]

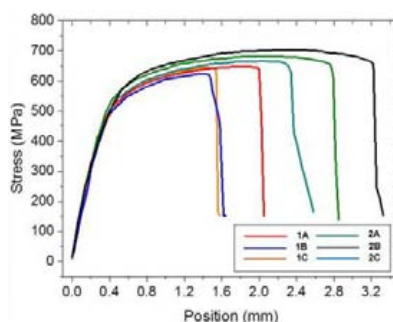


[9]

Thông số đầu ra: bề rộng vùng hàn, độ ngấu mối hàn, ..



Macro mặt cắt ngang mối hàn laser [10]



Biểu đồ thử kéo mối hàn laser [11]

3. Mục đích đề tài

- Chọn giải pháp đánh giá chính xác thông số đầu vào nhằm đảm bảo mỗi hàn đạt yêu cầu về cơ tính, đáp ứng điều kiện làm việc. Nếu không: mỗi hàn không ngấu, bị thủng,
- Chọn giải pháp đánh giá độ tin cậy phương pháp số cho mỗi hàn cụ thể

4. Đối tượng nghiên cứu

- Mỗi hàn laser cho thép AISI 304, AISI 416 và AISI 440FSe, AISI 1018
- Phương pháp tuần tự, thuật toán tối ưu hóa ngẫu nhiên, phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p- refinement

5. Phạm vi nghiên cứu

- ✚ Phương pháp tuần tự được sử dụng trong việc xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ của mỗi hàn điểm laser cho thép không gỉ AISI 304
- ✚ Ba thuật toán GA, Jaya & MDE áp dụng cho việc tối ưu hóa thông số đầu vào (công suất laser, tốc độ hàn, đường kính sợi quang) của mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe để đạt được bề rộng & độ ngấu của mỗi hàn (bề rộng & độ ngấu của mỗi hàn được cài đặt trước)
- ✚ Đánh giá độ tin cậy phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p- refinement cho mỗi hàn giáp mỗi thép AISI 1018 bằng laser

6. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn

Nhằm tận dụng tính độc đáo, ưu thế của công nghệ hàn laser, và là cơ sở phát triển kỹ thuật hàn laser hơn nữa trong công nghiệp, vấn đề đánh giá chất lượng mỗi hàn được xem xét dưới góc độ thông qua việc phân tích mỗi hàn ở trạng thái tới hạn và đánh giá độ tin cậy.

Đề tài luận án đã sử dụng phương pháp tuần tự để xác định ngược giá trị hấp thụ & tiên đoán kích thước mỗi hàn điểm laser; thuật toán tối ưu GA, Jaya & MDE thực hiện lựa chọn thông số đầu vào như công suất laser, tốc độ hàn, đường kính sợi quang được tối ưu nhằm đạt được kích thước mỗi hàn theo mong muốn; và phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement, p- refinement trong việc giải quyết bài toán đánh giá độ tin cậy cho mỗi hàn giáp thép bằng laser.

Kết quả đề tài luận án là cơ sở để phát triển các bài toán phức tạp hơn, thậm chí cả bài toán 3D, cũng như áp dụng có các vật liệu khác nhau. Đồng thời, luận án cũng góp phần rút ngắn khoảng cách giữa mô phỏng và thực nghiệm; nhằm tiết kiệm vật liệu, công sức, thời gian; đem lại hiệu quả, năng suất cao trong tiến hành thí nghiệm và thực tế sản xuất.

Chương 1

TỔNG QUAN

1.1. Tổng quan về tình hình nghiên cứu

1.1.1. Tổng quan về tình hình nghiên cứu đánh giá mật độ dòng nhiệt laser của mối hàn điểm bằng phương pháp tuần tự

Trong những thập niên gần đây, cùng với nghiên cứu thực nghiệm, nhiều nghiên cứu đã đề xuất những mô hình lý thuyết (mô hình toán học) trong tiên đoán (mô phỏng) sự phân bố nhiệt và chu kỳ nhiệt của những quá trình hàn và xử lý vật liệu bằng laser. Một trong những khó khăn lớn nhất đối với việc mô hình toán học hàn laser là xây dựng hàm phân bố năng lượng của tia laser. Đầu tiên, dựa trên lý thuyết cơ bản về dòng nhiệt (heat flow) của nguồn nhiệt di chuyển, Rosenthal [12] đã đưa ra mô hình lý thuyết với nguồn nhiệt dạng đường và điểm để tiên đoán sự phân bố nhiệt và chu kỳ nhiệt của một vật được tia laser gia nhiệt. Tuy nhiên, mô hình của Rosenthal [12] tồn tại sai số rất lớn đối với thông số nhiệt độ tại những vị trí gần tia laser gia nhiệt, sát và bên trong vũng hàn (weld pool). Để khắc phục nhược điểm này, Pavelic và cộng sự [13]; Friedman [14] đã đưa ra mô hình đĩa (disc model) với sự phân bố nhiệt theo phân bố Gauss trên bề mặt của chi tiết (được gia nhiệt bởi tia laser) kết hợp với phương pháp phần tử hữu hạn (finite element method – FEM). Những kết quả mô phỏng cho thấy rằng độ chính xác của sự phân bố nhiệt độ trong hồ hàn được cải thiện rất lớn so với kết quả từ mô hình của Rosenthal. Sau đó, Goldak et al. [15, 16] đã đề xuất mô hình nguồn nhiệt thể tích gồm 2 phần elíp (double ellipsoidal volumetric heat source model). Mô hình này có độ chính xác cao và được sử dụng rộng rãi. Đối với quá trình hàn laser có chiều sâu thấm lớn, mô hình nguồn nhiệt thể tích phân bố Gauss hình nón (the volume heat source with Gaussian conical profile) được sử dụng [17, 18]. Gần đây, Yadaiah và Bag [19] đã đề xuất một mô hình nguồn nhiệt hình quả trứng (egg-configuration heat source model). Mô hình này có thể xem là một dạng tổng quát của tất cả nguồn nhiệt trước đó.

Bên cạnh đó, việc nghiên cứu các thông số quan trọng của quá trình hàn hoặc xử lý vật liệu bằng laser cũng được các nhà khoa học quan tâm. Như được trình bày trong [3], công suất tia laser, hệ số hấp thụ, kiểu tia laser, tốc độ tiến, bước sóng laser và điều kiện bề mặt của chi tiết là những thông số quan trọng của quá trình hàn và xử lý vật liệu bằng laser. Cụ thể như, Dinesh Babu và cộng sự [20] đã nghiên

cứu những thông số đầu vào gồm công suất tia laser và tốc độ di chuyển đến chiều rộng và chiều sâu thâm của quá trình tôi cứng thép carbon hợp kim thấp có độ bền cao (high-strength low-alloy medium carbon steel). Kết quả cho thấy rằng công suất laser là thông số có ảnh hưởng lớn nhất đến profile tôi cứng. El-Batahgy và Abdel-Monem [21] đã nghiên cứu những ảnh hưởng của thông số đầu vào của hàn laser đến hình dạng của vùng nóng chảy (fusion zone). Kết quả thể hiện rằng tăng tốc độ hàn dẫn đến tăng tỷ lệ độ ngẫu đôi với chiều rộng mối hàn, trong khi độ ngẫu của mối hàn tăng khi tăng công suất hàn. Benyounis và cộng sự [22] đã sử dụng phương pháp đáp ứng bề mặt (Response Surface Methodology - RSM) để nghiên cứu ảnh hưởng của công suất hàn, tốc độ hàn và vị trí hội tụ của tia laser đến nguồn nhiệt, chiều sâu thâm, chiều rộng vùng hàn và chiều rộng vùng ảnh hưởng nhiệt. Một trong những kết quả quan trọng trong nghiên cứu của Benyounis và cộng sự [22] là nguồn nhiệt giữ vai trò quan trọng trong sự hình thành kích thước mối hàn.

Từ những nghiên cứu trên cho thấy rằng công suất tia laser và nguồn nhiệt là những thông số quan trọng trong quá trình hàn laser. Trong đó, nguồn nhiệt được đặc trưng bởi hệ số hấp thụ (absorption coefficient). Hay nói cách khác, công suất tia laser và hệ số hấp thụ là hai thông số rất quan trọng trong hàn và xử lý vật liệu bằng laser. Hơn nữa, trong trường hợp cấu hình hàn được cho trước, nghĩa là kiểu tia, tốc độ tiến, kích thước sóng laser, điều kiện bề mặt vật hàn là biết trước, công suất và hệ số hấp thụ của tia laser là hai thông số cần phải điều chỉnh (hay xác định) để đạt được chất lượng mối hàn.

Trong thực tế, công suất tia laser có thể điều chỉnh một cách trực tiếp từ máy hàn laser. Trong khi đó, giá trị hệ số hấp thụ rất khó xác định trực tiếp. Một giải pháp để xác định hệ số này là sử dụng phương pháp ngược (inverse method). Trong phương pháp ngược, sử dụng dữ liệu về sự thay đổi nhiệt độ tại một hay vài điểm nào đó trong vật hàn để tính ngược lại hệ số này. Phương pháp ngược có thể gọi là phương pháp "mờ" (ill-posed method). Lời giải của phương pháp ngược đôi khi chưa ổn định và khá nhạy với sai số [23, 24]. Do vậy, đề tài luận án cần phải sử dụng một phương pháp hiệu quả và ổn định để xác định giá trị hệ số hấp thụ.

Trong quá khứ, vài nhà nghiên cứu đã sử dụng phương pháp ngược để xác định giá trị hệ số hấp thụ trong quá trình liên quan bằng laser. Chẳng hạn, Sun và cộng sự [25] xác định giá trị hệ số hấp thụ của quá trình tôi cứng bề mặt bằng tia laser bởi sử dụng mô hình truyền nhiệt dẫn nhiệt ổn định hai chiều (two dimensional quasi-static IHCP model). Wang và cộng sự [26] sử dụng phương pháp

Gradient liên hợp (Conjugate gradient method – CGM) để tiên đoán giá trị hệ số hấp thụ của quá trình tôi cứng bề mặt bằng laser. Chen và Wu [27] đã đề xuất kỹ thuật lai (hybrid technique) để xác định nhiệt độ bề mặt, xung nhiệt và giá trị hệ số hấp thụ trong quá trình tôi cứng bề mặt bằng laser.

Tuy nhiên, các nghiên cứu trên chỉ dừng lại ở quá trình tôi cứng bề mặt. Trong quá trình này, nhiệt độ cao nhất của vật liệu nằm trong khoảng nhiệt độ kết tinh của vật liệu. Giá trị ở nhiệt độ này vẫn còn rất thấp so với quá trình hàn. Do vậy, những đặc tính nhiệt của vật liệu có thể xấp xỉ là hằng số. Nói một cách khác, các vấn đề trong các nghiên cứu [25-27] được xem như là những vấn đề tuyến tính. Đối với quá trình hàn, vật liệu chuyển từ trạng thái rắn sang trạng thái lỏng. Vì vậy, đặc tính nhiệt của vật liệu ở những trạng thái này rất khác nhau, không thể xấp xỉ hằng số cho những đặc tính nhiệt của vật liệu trong quá trình hàn. Hơn nữa, đặc tính nhiệt giữa pha rắn và pha lỏng có sự thay đổi rất đột ngột. Có thể nói, những vấn đề liên quan đến quá trình hàn là những bài toán có tính phi tuyến rất cao. Do vậy, các phương pháp trong [25-27] có thể không thể mở rộng để sử dụng cho các quá trình hàn được. Gần đây, Nguyen và Yang [28] đã đề xuất một phương pháp tuần tự (sequential method) để xác định giá trị hệ số hấp thụ trong mô hình nhiệt một chiều.

1.1.2. Tổng quan về tình hình nghiên cứu tối ưu hóa thông số quá trình của mối hàn laser bằng thuật toán ngẫu nhiên

Nhìn chung, chất lượng mối hàn được đặc trưng bởi hình học mối hàn, ảnh hưởng đến việc xác định tính chất cơ học của mối hàn [5]. Vì vậy, việc chọn và kiểm soát các thông số quá trình hàn: công suất tia laser, tốc độ hàn, đường kính tia laser, vị trí hàn, khí bảo vệ là hết sức cần thiết và đòi hỏi chính xác. Bên cạnh đó, độ chính xác của các thông số đó còn phụ thuộc vào kỹ năng và kinh nghiệm của các kỹ sư hoặc người vận hành máy. Đó là thách thức quan trọng đối với các nhà sản xuất hiện nay. Gần đây, nhiều nghiên cứu được thực hiện bởi các tác giả với nhiều góc độ khác nhau trong công nghệ hàn laser. Benyounis và cộng sự [29] đã nghiên cứu mối hàn giáp mối bằng laser cho thép không gỉ AISI 304. Để đạt mối hàn tốt, cơ tính của vật liệu được kiểm soát một cách hiệu quả. Độ bền kéo, độ dai va đập và chi phí vận hành của mối hàn laser được xem là yếu tố đầu ra. Trong nghiên cứu này, các thông số đầu vào bao gồm: công suất laser, vị trí tiêu điểm và tốc độ hàn. Phương pháp đáp ứng bề mặt và xác suất thống kê được sử dụng hiệu quả để tìm thông số tối ưu chịu ảnh hưởng của các biến đầu vào. Việc kết hợp phân tích đồ họa và ANOVA đã tìm ra yếu tố quá trình quan trọng nhất góp phần đạt đáp ứng tối ưu.

Kết quả phân tích: tương ứng với tốc độ hàn trong khoảng 35 to 39 cm/min thì tiêu điểm là -0.2 mm và khi tốc độ hàn 60 cm/min, tiêu điểm là 0.8 mm. Công suất laser tối ưu tìm được trong khoảng 1.2 to 1.23 kW. Việc sử dụng kỹ thuật tối ưu hóa đồ họa giúp tìm nhanh bộ thông số mỗi hàn tối ưu. Như vậy, với điều kiện hàn tối ưu cho ứng dụng cụ thể sẽ giảm chi phí khoảng 43% khi thực hiện mỗi hàn. Anawa và cộng sự [30] đã tiến hành nghiên cứu mỗi ghép cho 2 vật liệu phổ biến ferritic/austenitic (F/A) được sử dụng trong nhiều ứng dụng. Xấp xỉ Taguchi được sử dụng tạo ra ma trận L25 của các thông số quá trình: tiêu điểm, công suất laser và tốc độ hàn, với hệ số đáp ứng là độ bền kéo và tỉ lệ tín hiệu nhiễu của mỗi hàn laser cho thép carbon thấp và thép không gỉ AISI 316. Kết quả phân tích cho thấy thông số đầu vào công suất laser ảnh hưởng mạnh nhất, kế tiếp là tốc độ hàn nhưng focus point position không có ảnh hưởng đáng kể trong phạm vi các tham số được áp dụng. Mô hình mới được phát triển trong phần mềm thiết kế thử nghiệm (Design Expert software) cho thấy giá trị độ bền kéo tối ưu là 656 MPa tương ứng các thông số đầu vào tối ưu: tốc độ hàn 1000mm/min, công suất laser 1.31kW và tiêu điểm 0.67mm. Khan và cộng sự [31] đã thực hiện tối ưu hóa thông số quá trình mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440 FSe, dày 0.55 mm. Thiết kế thử nghiệm đầy đủ nhân tố/yếu tố (Full factorial Design Of Experiment - Full factorial DOE) được xác định bằng phần mềm thiết kế thử nghiệm (Design Expert software) phiên bản 7.0 bao gồm 18 thực nghiệm với 3 mức công suất laser và tốc độ hàn, 2 mức đường kính sợi quang. Thông số đáp ứng được xét đến: bề rộng mỗi hàn, độ ngấu mỗi hàn và lực cắt. ANOVA được sử dụng để tìm thông số quá trình. Kết quả cho thấy hai thông số quan trọng nhất ảnh hưởng đến hình học mỗi hàn và lực cắt là công suất laser và tốc độ hàn. Giá trị thông số đầu vào tối ưu cho vật liệu đã chọn là công suất laser 800-840 W, tốc độ hàn 4.75-5.37 m/min và đường kính sợi quang 300 μ m. Nghiên cứu của Yangyang Zhao và cộng sự [32] đã tiến hành đánh giá ảnh hưởng của thông số đầu vào mỗi hàn chòng mỗi bằng laser cho thép SAE1004, dày 0.4 mm: tốc độ hàn, khe hở, tiêu điểm, và công suất laser đến hình học mỗi hàn. Mô hình toán cho các thông số đáp ứng (bề rộng mỗi hàn, độ ngấu mỗi hàn và lõm bề mặt) đã được xây dựng bằng phương pháp đáp ứng bề mặt (RSM). Công suất laser và tốc độ hàn ảnh hưởng rõ rệt đến tất cả thông số đầu ra. RSM đã đưa ra các giá trị thông số đầu vào tối ưu: tốc độ hàn 34.7 mm/s, chiều dài laser 0.12 mm, tiêu cự -0.12 mm và công suất laser 628 W. Reisinger và cộng sự [33] đã đề cập chất lượng mỗi hàn laser CO₂ cho thép song pha (Dual phase - DP) và thép dư ứng lực

(Transformation induced plasticity - TRIP). Mô hình toán thể hiện mối liên quan giữa thông số quá trình: tiêu điểm, công suất laser và tốc độ hàn và thông số đáp ứng: nguồn nhiệt đầu vào, độ ngấu mỗi hàn, bề rộng mỗi hàn, độ bền kéo và chiều cao mỗi hàn đã được phát triển bằng phương pháp đáp ứng bề mặt (RSM) trên nền tảng thiết kế Box-Behnken. Kết quả nghiên cứu cho thấy có thể đạt chất lượng mỗi hàn và giảm chi phí bằng cách sử dụng các điều kiện hàn tối ưu. Với các mục tiêu cần đạt, thông qua các phương pháp tối ưu hóa đồ họa và mô phỏng số (numerical và graphical optimization methods), cho thấy chi phí thực hiện mỗi hàn giảm 11.7 % và năng suất sản xuất tăng khi tốc độ hàn đạt gần tối đa. Trong nghiên cứu của Mingjun Zhang và cộng sự [34], mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 304, dày 12 mm với độ ngấu sâu được đánh giá thông qua bộ thông số quá trình: focus lens, focus size, tốc độ hàn, công suất laser, 3 khí bảo vệ khác nhau (Ar, N₂, và He) và thông số đầu ra: độ ngấu mỗi hàn, bề rộng mỗi hàn. Sau khi thực hiện theo tiêu chuẩn công nghiệp, mẫu hàn được cắt bằng EDM, kiểm tra kim tương trên kính hiển vi quang học, kiểm tra độ bền kéo trên máy thử kéo và kiểm tra các mặt gãy bằng kính hiển vi điện tử quét (SEM). Kết quả cho thấy: tốc độ hàn và tiêu điểm liên quan trực tiếp với nhau; và với tiêu điểm tương ứng, độ ngấu không đạt hoàn toàn trong trường hợp tấm dày, và đạt tối đa khi sử dụng khí He, sau đó là khí N₂, cuối cùng là khí Ar. Bài báo của Yuewei Ai và cộng sự [35] đã trình bày các phương pháp để tối ưu hóa thông số quá trình nhằm đạt kích thước mỗi hàn theo yêu cầu và ít khuyết tật. Tương ứng cho mỗi biến đầu vào (công suất laser, tốc độ hàn, tiêu điểm và chiều dài laser), phương pháp Taguchi được sử dụng tạo ra thiết kế thử nghiệm (DOE) với 5 mức tác động. Mô hình toán phi tuyến được giải quyết bằng thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (Particle Swarm Optimization - PSO), mạng thần kinh lan truyền ngược kết hợp tối ưu hóa bầy đàn (Back PSO-Propagation Neural Network – PSO-BPNN) và thuật toán di truyền (Genetic Algorithm – GA). Thông số đầu vào được tối ưu bằng thuật toán GA đạt hiệu quả nhất và gần đúng với kết quả thực nghiệm. Trong nghiên cứu của Ahn và cộng sự [36], mỗi hàn laser cho hợp kim Ti-6Al-4V với độ ngấu sâu được nghiên cứu thông qua bộ thông số đầu vào: công suất laser, tốc độ hàn, tiêu điểm và thông số đầu ra: cấu trúc vi mô, khuyết tật, vùng ảnh hưởng nhiệt và vùng hàn. Trong nghiên cứu này, phương pháp truyền thống được sử dụng với hai biến số quá trình được xem là hằng số. Kết quả cho thấy bề rộng mỗi hàn tăng khi tăng công suất laser và tiêu cự; giảm tốc độ hàn. Mục tiêu của nghiên cứu của Zhongmei Gao và cộng sự [37] là tối ưu hóa hình học

môi hàn laser hồ quang cho thép không gỉ AISI 316L. Phương pháp Taguchi ma trận trực giao L25 (25 bộ) được sử dụng thiết kế 5 mức 4 tác động để khảo sát thông số quá trình. Mô hình Kriging được lựa chọn thiết lập mối quan hệ giữa thông số quá trình (cường độ hàn, công suất laser, tốc độ hàn và khoảng cách hồ quang-laser) và thông số đáp ứng (bề rộng mối hàn, độ ngẫu mối hàn). Tác giả thực hiện tối ưu hóa di truyền (Genetic Algorithm – GA). Kết quả cho thấy: công suất laser, cường độ hàn, và tốc độ hàn ảnh hưởng mạnh đến độ ngẫu mối hàn, bề rộng mối hàn. Với thông số đã được tối ưu, cấu trúc vi mô đồng đều hơn, độ cứng vi mô tăng từ vùng hàn đến vùng kim loại nền. Shanmugarajan và cộng sự [38] nghiên cứu việc tối ưu hóa cho môi hàn laser cho thép P92 (CSEF). Mô hình Taguchi dựa trên phân tích quan hệ Xám (Grey relational analysis – GRA) được sử dụng để thiết lập mô hình toán với thông số đầu vào: công suất laser, tốc độ hàn, tiêu điểm và thông số đầu ra: bề rộng mối hàn, độ ngẫu mối hàn và vùng ảnh hưởng nhiệt. Kết quả phân tích ANOVA cho thấy tốc độ hàn ảnh hưởng 74.39 %, công suất laser 14.63 % và tiêu cự 10.97 % với các giá trị tối ưu lần lượt là 3kW, 1 m/min và 4 mm cho vật liệu đã sử dụng. Trong bài báo của Rao và cộng sự [39], thuật toán Jaya đa mục tiêu (Multi-Objective Jaya – MO-Jaya) đã giải quyết bài toán tối ưu hóa trong trường hợp mô phỏng một cách đơn giản cho 4 quá trình gia công phi cổ điển: gia công bằng tia lửa điện (EDM), cắt bằng laser, gia công điện-hóa, phay micro bằng chùm tia ion. Kết quả của thuật toán so sánh với các thuật toán khác: GA, NSGA, NSGA-II, BBO, NSTLBO, PSO, SQP; và mô phỏng Monte Carlo. Nghiên cứu của Vijayanin và cộng sự [40] đã trình bày kết quả trong việc tối ưu hóa thông số môi hàn laser khuếch tán nguội CO₂ cho thép carbon thấp. Phương pháp đáp ứng bề mặt (RSM) và thuật toán Genetic Algorithm (GA) được sử dụng để so sánh. Mô hình toán thể hiện hai thông số đầu ra (hình học mối hàn và vùng ảnh hưởng nhiệt) được thiết lập theo ba thông số đầu vào (công suất laser, tốc độ hàn và tiêu điểm). Yang và cộng sự [41] đã thực hiện tích hợp giữa mô hình Kriging với thuật toán di truyền với cơ chế tìm kiếm cá thể không trội (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II – NSGA-II) cho việc tối ưu hóa thông số quá trình môi hàn hỗn hợp giữa laser và từ tính, nhằm làm giảm khuyết tật, tăng độ ngẫu và chất lượng mối hàn. Trước khi thiết lập mối quan hệ giữa thông số đầu vào (mật độ từ thông, công suất laser và tốc độ hàn) và biên dạng mối hàn của quá trình hàn bằng Kriging meta-model, một thí nghiệm năm mức ba yếu tố sử dụng Taguchi ma trận trực giao L25 được triển khai. Sau khi tối ưu hóa các thông số quy trình đa mục tiêu bằng

NSGA-II và đường cong Pareto, thông số đầu ra được xác nhận thông qua kiểm tra macro, micro và độ cứng vi mô. Kết quả cho thấy sự tích hợp đã đem lại hiệu quả cao.

1.1.3. Tổng quan về tình hình nghiên cứu phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement, p- refinement cho bài toán hai chiều

Ngày nay, phương pháp phân tích phần tử hữu hạn được sử dụng ngày càng nhiều và việc phát triển một quy trình đáng tin cậy và nhanh chóng cho các kỹ sư là cần thiết. Phương pháp phần tử hữu hạn lưới tương thích đã là chủ đề được đánh giá mở rộng với mục tiêu đạt độ chính xác cao và chi phí tính toán thấp. Với h-refinement, lưới phần tử hữu hạn được nâng cấp liên tục theo cách giảm lỗi rời rạc. Phương pháp này tùy thuộc vào sơ đồ làm mịn, chuẩn sai số đánh giá, cách giải phương trình và kỹ thuật lập trình máy tính. Hiện tại, một vài chương trình phần tử hữu hạn thương mại đã tích hợp h- refinement đem lại kết quả chính xác cao. Tuy nhiên, hiệu quả tính toán của phương pháp để cập chưa đạt đến điểm tối ưu. Mục tiêu của nghiên cứu này là nghiên cứu sâu hơn và phát triển một phương pháp hiệu quả hơn cho các bài toán cơ học đàn hồi hai chiều, không chỉ là h- refinement mà cả p- refinement và h-p- refinement.

Với h-refinement thì đề cập đến việc giảm độ dài đặc trưng (h) của các phần tử, cải thiện kết quả với lưới mịn hơn cho cùng loại phần tử; còn p-refinement cho thấy việc tăng mức độ đa thức hoàn chỉnh cao nhất (p) trong một phần tử mà không thay đổi số lượng phần tử được sử dụng. Tuy nhiên, bậc đa thức p của các hàm dạng được làm giàu bằng cách thêm các số hạng bậc cao hơn mà không làm thay đổi hàm dạng bậc thấp hơn hiện có. Bậc thực tế của hàm chạy từ $p = 2$ đến $p = 8$. Các hàm hình dạng này được tạo từ đa thức Legendre và được gọi là hàm dạng Hierarchical [42]. Việc kết nối h-refinement và p-refinement được gọi là h-p-refinement cho kết quả tốc độ hội tụ theo cấp số nhân [43]. Việc hoàn tất tính toán của giải pháp này gọi là phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement, p-refinement, và h-p-refinement.

Trong khi cả hai phương pháp h- refinement, p- refinement cho kết quả chính xác cao, một vấn đề đặt ra là làm thế nào để các thủ tục này so sánh với nhau? h- refinement có thể được tích hợp vào các code phần tử hữu hạn hiện có. Do đó, h-refinement đã phổ biến rộng rãi trong các chương trình thương mại so với p-refinement. Tuy nhiên, các tài liệu toán xấp xỉ và mô phỏng số cho thấy p-refinement có nhiều lợi thế hơn. Nếu xét cùng số bậc tự do, tốc độ hội tụ của p-

refinement hơn hai lần so với h-refinement, bao gồm sự có mặt của các điểm kỳ dị [43]. Điều kiện ma trận độ cứng của phần tử loại p ít hơn phần tử loại h (phần tử Lagrange). Điều này cho phép sử dụng một bộ giải lặp trong hệ phương trình của phương pháp p-refinement [44], và việc chia lưới đối với p-refinement đơn giản hơn h-refinement [43]. Các hàm dạng Hierarchical cho phép sử dụng các giá trị của ma trận độ cứng trong lần lặp kế tiếp. Kết quả cho thấy p-refinement là giải pháp tiếp cận tốt hơn.

Phân tích p-refinement có 2 loại cơ bản:

❖ **Phân tích p đồng nhất:** Trong trường hợp này, thứ tự của hàm hình dạng trong lưới phần tử hữu hạn được tăng đồng đều cho đến khi giá trị hội tụ đến độ chính xác mong muốn. Việc sử dụng kết quả phân tích p thống nhất trong một hệ phương trình lớn và đòi hỏi một máy tính tốc độ cao để giải các phương trình, đặc biệt đối với các phân tích ba chiều với các phần tử bậc cao [44].

❖ **Phân tích p không đồng nhất:** Lưới được nâng cấp cục bộ bằng cách tăng thứ tự các hàm dạng trong một số vùng được chọn bên trong lưới hoặc trong các phần tử có chứa một lượng lớn sai số. Đối với điều này, một chỉ số sai số được sử dụng để chọn vùng hoặc các phần tử sàng lọc là bắt buộc. Một chỉ số sai số có thể được coi là một tham số phản hồi được tính toán từ thông tin có sẵn của giải pháp trước đó. Việc sử dụng phân tích p không đồng nhất trong p-refinement sẽ giúp cải thiện bộ nhớ máy tính, chi phí tính toán, và có thể cần ít công suất tính toán hơn để giải các phương trình.

Một vài đánh giá sai số đã được phát triển sử dụng trong kỹ thuật. Tuy nhiên, các cách đánh giá này chuyên sâu về tính toán và vẫn cần được xác thực cho các phân tích kỹ thuật thực tế [44]. Thêm vào đó, các đánh giá sai số được đề cập dưới dạng chuẩn năng lượng. Đại lượng này khác hẳn các đại lượng được quan tâm trong phân tích cơ học vật rắn, thường là ứng suất hoặc chuyển vị tại các điểm cụ thể trong miền khảo sát. Ngoài ra sự hội tụ năng lượng không bao gồm sự hội tụ ứng suất. Sự phát triển cho đánh giá sai số chính xác trường ứng suất sẽ dẫn đến một cách hiệu quả hơn cho việc kiểm soát quá trình sàng lọc [44] và sẽ cung cấp thông tin có giá trị để kiểm tra sự hội tụ của ứng suất.

Một khó khăn phát sinh trong quá trình phân tích p-refinement không đồng nhất là quy trình sàng lọc tạo ra một cơ sở dữ liệu rất phức tạp. Điều này là do nhiều bậc tự do mới, liên quan đến các hàm dạng bậc cao đã được giới thiệu gần đây,

thêm vào đó chưa có qui luật đánh số lưới hiệu quả. Một bản lưu lịch sử đã được thực hiện cho cạnh, mặt và khối phần tử để theo dõi thông tin và dữ liệu cần thiết khi nâng cấp lưới và kiểm tra khả năng tương thích giữa các phần tử. Các giá trị ma trận độ cứng phụ của phần tử đáp ứng tương tác giữa số bậc tự do tương ứng các hàm dạng bậc cao và số bậc tự do tồn tại dưới dạng chương trình con cho việc giải phương trình và đánh giá sai số. Sự phức tạp này tạo ra nhu cầu đánh giá một cấu trúc dữ liệu cục bộ/toàn cục mà được lưu trữ và cung cấp tất cả dữ liệu được tạo ra cho quá trình sáng lọc hiệu quả.

Nghiên cứu của L. Demkowicz và cộng sự [45] đã đưa ra đánh giá sai số cục bộ cho hai mô hình 2D (bài toán Poisson trong mặt phẳng và bài toán đàn hồi mặt phẳng) bằng cách sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement dựa trên ước tính nội suy và ‘công thức trích xuất’ (‘extraction formulas’) của Babuska và Miller. Các kết quả được so sánh với các kết quả thu được bằng các phương pháp ‘ad-hoc’. Tuy nhiên, các công thức này đã phổ biến rộng rãi hơn đối với các trường hợp phi tuyến nhất định, các vấn đề giá trị biên elip nói chung. Kết quả của Babuska và cộng sự [46] cho thấy phân tích các mô hình toán học một cách chi tiết, nêu bật những điểm tương đồng và khác biệt giữa các vấn đề một chiều và hai chiều thông qua việc nhấn mạnh các khía cạnh của phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement và phương pháp phần tử hữu hạn với h-p-refinement. Khả năng đánh giá độ tin cậy của bất kỳ dữ liệu kỹ thuật nào là một trong những tiêu chí so sánh cơ bản. Dường như với một lưới được thiết kế phù hợp, phương pháp phần tử hữu hạn với p-refinement phù hợp để tính toán các vấn đề cơ học trong thực tế nhưng trong các vấn đề ba chiều phức tạp dựa trên STRIPE, được đề cập trong nghiên cứu ([47, 48]). Trong nghiên cứu của Rachowicz [49], kết quả của lưới phiên bản h-dị hướng được so sánh với lưới phiên bản h-đẳng hướng. Các giải pháp của phương pháp dị hướng là gần đúng với ứng xử một chiều trong một số lĩnh vực, điển hình là hiện tượng toán lớp biên. Bằng cách sử dụng đánh giá nội suy sai số cho các phần tử tứ giác mà không có giả thuyết về độ chính xác của tỷ lệ của hai kích thước được đo theo hai hướng để đánh giá hiệu quả của phương pháp này. Đối với các vấn đề phức tạp hơn, cải tiến này được coi là sự kích thích cho một vài kế hoạch thực nghiệm. Tuy nhiên, việc thực hiện phép nội suy này cho các yếu tố đường cong và các vấn đề khác nhau cần nghiên cứu thêm. Nghiên cứu của Michael R. Dörfel và cộng sự [50] đã trình bày việc sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement cục bộ với T-splines bằng cách đề xuất một thuật toán tương thích tạo ra các lưới tinh chế cục bộ

thông qua kết hợp với một tập hợp đánh giá sai số quy nạp (posterior) để khắc phục nhược điểm của phân tích đẳng hình học dựa trên NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines). Điều này đã dẫn đến sự gia tăng đáng kể chất lượng của hiệu quả. Tuy nhiên, trong vấn đề ba chiều, điều đáng lo ngại là sự hiệu quả của các khớp nối T (T-junctions) không cục bộ như mong đợi.

**** Tóm lại:**

Điểm nổi bật của phương pháp tuần tự trong [28] là hệ số hấp thụ chưa biết và quá trình xác định giá trị hệ số hấp thụ được thực hiện từng bước thời gian cho đến thời điểm kết thúc khảo sát. Việc sử dụng một phương pháp ngược hiệu quả như phương pháp tuần tự trong việc xác định giá trị hệ số hấp thụ và kích thước mỗi hàn trong hàn điểm bằng laser chưa được thực hiện rộng rãi.

Các nghiên cứu phân tích trong mục 1.1.2 cho thấy rằng nhằm nâng cao chất lượng mỗi hàn cho các vật liệu và chiều dày khác nhau, giảm khuyết tật, tăng năng suất, việc ứng dụng các thuật toán tối ưu hóa các thông số quá trình là hết sức cần thiết. Các thông số đầu vào được nghiên cứu chủ yếu là công suất laser, tốc độ hàn, tiêu điểm và đường kính sợi quang có ảnh hưởng rất lớn đến các thông số đáp ứng. Mỗi hàn của kim loại nền được quyết định bởi hai thông số liên quan mật thiết với nhau: công suất laser và tốc độ hàn. Kích thước vùng hàn, vùng ảnh hưởng nhiệt, độ ngấu mỗi hàn phụ thuộc vào tiêu điểm và đường kính sợi quang.

Dựa trên các nghiên cứu đã trình bày trong mục 1.1.3 cho thấy tính hiệu quả của phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement và p-refinement. Tuy nhiên, chưa có nhiều nghiên cứu đánh giá độ tin cậy phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement và p-refinement cho mỗi hàn nói chung và hàn laser nói riêng.

1.2. Mục tiêu nghiên cứu

- ✓ Xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ của mỗi hàn điểm laser cho thép không gỉ AISI 304
- ✓ Tối ưu hóa thông số đầu vào của mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe để đạt được kích thước mỗi hàn (kích thước mỗi hàn được cài đặt trước)
- ✓ Đánh giá sai số, tốc độ hội tụ, độ tin cậy cho mỗi hàn giáp mỗi thép AISI 1018 bằng laser.

1.3. Nội dung nghiên cứu

Trên cơ sở lý thuyết về truyền nhiệt, phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp Modified Newton – Raphson đề xuất phương pháp tuần tự (sequential method)

để xác định giá trị hệ số hấp thụ của mỗi hàn điểm laser cho thép không gỉ AISI 304. Thông qua kết quả xác định giá trị này, thước mỗi hàn cũng được tiên đoán một cách chính xác.

Tìm hiểu một số thuật toán ngẫu nhiên và đề xuất ba thuật toán tối ưu GA, JAYA, MDE để tìm kiếm các thông số hàn laser nhằm đạt được kích thước mỗi hàn mong muốn, góp phần giảm chi phí trong thực nghiệm và sản xuất.

Nghiên cứu tính hiệu quả của phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement, p-refinement và đề xuất áp dụng đánh giá sai số, tốc độ hội tụ, độ tin cậy cho mô hình mỗi hàn laser chịu kéo.

1.4. Phương pháp nghiên cứu

- ✚ Nghiên cứu cơ sở lý thuyết liên quan luận án thông qua một số tài liệu, bài báo khoa học trên tạp chí, hội nghị khoa học chuyên ngành:
 - Áp dụng phương pháp tuần tự để giải quyết bài toán xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ của mỗi hàn điểm laser cho thép không gỉ AISI 304
 - Sử dụng ba thuật toán ngẫu nhiên để thực hiện tối ưu hóa thông số đầu vào của mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe
 - Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement, p-refinement để đánh giá sai số, tốc độ hội tụ, độ tin cậy cho mỗi hàn giáp mỗi thép AISI 1018 bằng laser.
- ✚ Lập trình, mô phỏng số với sự hỗ trợ của phần mềm Matlab trên máy tính cá nhân và kết quả mô phỏng được đánh giá dựa vào một số tiêu chí; được so sánh với lời giải chính xác hoặc kết quả nghiên cứu của công trình đã được công bố.

1.5. Bố cục luận án

Luận án được trình bày chủ yếu trong 05 chương:

Chương 1. Tổng quan tình hình nghiên cứu

Chương 2. Đánh giá mật độ dòng nhiệt laser của mỗi hàn điểm cho thép không gỉ AISI 304 bằng phương pháp tuần tự

Chương 3. Tối ưu hóa thông số quy trình nhằm đạt được kích thước mỗi hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe bằng các thuật toán ngẫu nhiên

Chương 4. Đánh giá độ tin cậy phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p- refinement cho mỗi hàn giáp mỗi thép AISI 1018 bằng laser.

Chương 5. Kết luận và hướng phát triển

Chương 2

ĐÁNH GIÁ MẬT ĐỘ DÒNG NHIỆT LASER CỦA MỐI HÀN ĐIỂM CHO THÉP KHÔNG GỈ AISI 304 BẰNG PHƯƠNG PHÁP TUẦN TỰ

2.1. Mô hình toán vật thể truyền dẫn nhiệt 3D dưới tác động của nguồn laser

Việc thiết kế hợp lý kết cấu và thông số đầu vào của quá trình hàn là điều cần thiết để đạt được chất lượng hàn mong muốn. Để làm được việc này, chúng ta thường tiên đoán trước trường nhiệt độ, chu kỳ nhiệt, tốc độ nguội,... Tuy nhiên, việc đo lường trực tiếp các thông số này thông qua thực nghiệm thường rất khó [51, 52]. Do vậy, sử dụng các mô hình tính toán để thực hiện việc tiên đoán này thường được ưu tiên. Hơn nữa, mô hình tính toán này được biết như một bài toán thuận (forward problem), là một bước quan trọng trong giải quyết các bài toán ngược. Cụ thể là xác định hệ số hấp thụ cho mối hàn điểm laser trong chương này của luận án.

Trong lý thuyết, hai mô hình toán học đối với những vấn đề hàn được sử dụng:

- ✓ Mô hình truyền nhiệt dẫn nhiệt (Model of conduction heat transfer)
- ✓ Mô hình trao đổi nhiệt đối lưu (Model of convection heat transfer)

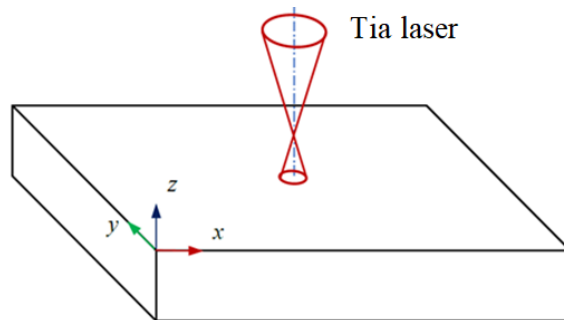
Trong đó, mô hình trao đổi nhiệt rất phức tạp, cần có kiến thức sâu và chi phí tính toán rất lớn so với mô hình truyền nhiệt [26].

Đối với giải quyết bài toán hàn laser với kích thước mối hàn nhỏ, tốc độ chảy lỏng và kết tinh nhanh, mô hình truyền nhiệt thường được chọn hơn mô hình thứ hai vì tính đơn giản và sai số nhỏ [53].

Do vậy, mô hình truyền nhiệt được sử dụng trong nghiên cứu này.

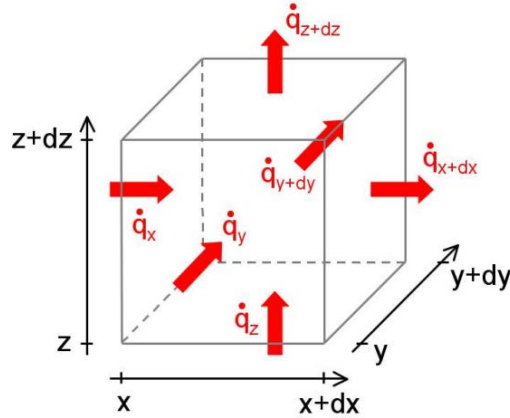
2.1.1. Phương trình truyền nhiệt

Xét một tấm phẳng được gia nhiệt bởi một nguồn laser như Hình 2.1



Hình 2.1. Tấm phẳng được gia nhiệt bởi một tia laser

Dựa trên nguyên lý bảo toàn năng lượng [54], phương trình truyền nhiệt 3 chiều tổng quát đối với quá trình hàn laser được mô tả như sau:



Hình 2.2. Phân tử vật thể

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1)$$

Trong đó:

$T(x,y,z,t)$: trường nhiệt độ trong chi tiết ($^{\circ}C$ hoặc K)

k : Hệ số dẫn nhiệt ($\frac{W}{m^{\circ}C}$ hoặc $\frac{W}{mK}$)

ρ : khối lượng riêng ($\frac{kg}{m^3}$)

C_p : nhiệt dung riêng ($\frac{kJ}{kg^{\circ}C}$ hoặc $\frac{kJ}{kgK}$)

q_v : mật độ dòng nhiệt thể tích ($\frac{W}{m^3}$)

Dưới dạng tích hợp, điều kiện biên của phương trình (2.1) trình bày như sau:

$$k \frac{\partial T}{\partial n} - q_s + h(T - T_o) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_o^4) = 0 \quad (2.2)$$

Trong đó, h ($\frac{W}{m^2^{\circ}C}$ hoặc $\frac{W}{m^2K}$) là hệ số trao đổi nhiệt chung trong truyền nhiệt dẫn nhiệt phức hợp (bao gồm cả truyền dẫn nhiệt và trao đổi nhiệt đối lưu)/hệ số trao đổi nhiệt đối lưu; n là pháp tuyến của bề mặt biên; q_s ($\frac{W}{m^2}$) là mật độ dòng nhiệt bề mặt của tia laser; σ ($\frac{W}{m^2K^4}$) là hằng số Stefan- Boltzmann; ε là hệ số chiếu xạ/độ phát xạ của vật xám; và T_o ($^{\circ}C$ hoặc K) là nhiệt độ môi trường.

Trong trường hợp tia laser di chuyển với một vận tốc $v \left(\frac{m}{s}\right)$ không đổi theo phương x , một hệ tọa độ động được định nghĩa như sau:

$$\xi = x - vt \quad (2.3)$$

Trong đó, ξ (mm) là khoảng cách của vị trí tia laser so với một điểm chuẩn (điểm cố định) tại thời điểm t (s).

Đạo hàm phương trình (2.3) theo t ta được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \text{ và } \frac{\partial \xi}{\partial x} = 1 \quad (2.4)$$

Hay

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (2.5)$$

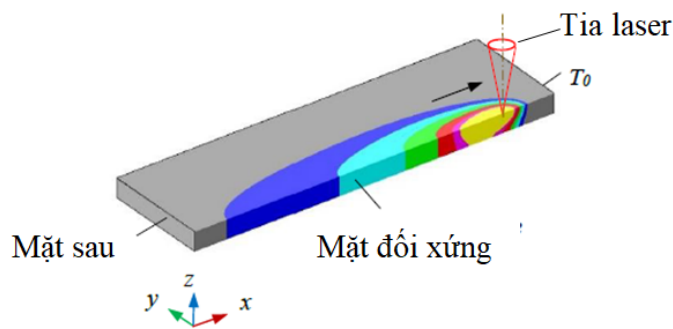
Như vậy, phương trình (2.1) có thể mô tả trong hệ tọa độ động như sau:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v = -\rho C_p v \frac{\partial T}{\partial \xi} \quad (2.6)$$

Phương trình (2.6) là phương trình truyền nhiệt “hầu như” ổn định 3D tổng quát.

Điều kiện biên của phương trình (2.6) được thể hiện trong Hình 2.3: biên đoạn nhiệt tại mặt đối xứng và mặt sau của chi tiết (vì mặt sau cách rất xa vị trí tia laser nên nhiệt độ tại mặt sau so với môi trường chênh lệch không đáng kể, nên sự trao đổi nhiệt có thể bỏ qua), những mặt khác của tấm được làm lạnh thông qua quá trình trao đổi và bức xạ nhiệt:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_o) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_o^4) \quad (2.7)$$



Hình 2.3. Chi tiết được gia nhiệt bởi tia laser dịch chuyển [12, 55]

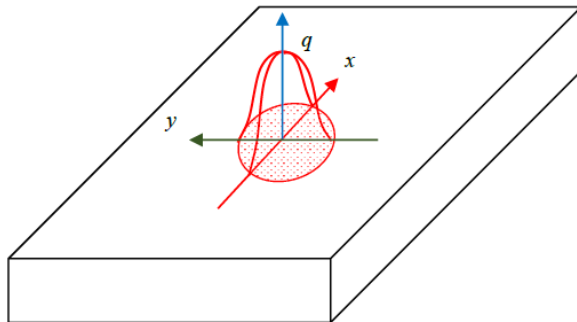
2.1.2. Nguồn nhiệt của tia laser

Nguồn nhiệt tia laser dạng điểm, đường

Mô hình toán học nguồn nhiệt tia laser là một những phần quan trọng trong mô phỏng chính xác trường nhiệt độ suốt quá trình hàn laser. Như một kết quả, nhiều nhà khoa học đã tập trung nghiên cứu và đề xuất nhiều mô hình khác nhau với mục đích mô tả chính xác nguồn nhiệt của tia laser. Nguồn nhiệt dạng điểm, đường và mặt phẳng được đề xuất bởi Rosenthal [12, 55] và Rykalline [56] trong phân tích thay đổi nhiệt độ và hình thành vũng hàn bằng phương pháp giải tích. Tuy nhiên, nhiều nhà nghiên cứu đã phát hiện rằng kết quả mô phỏng từ những mô hình này có sai số rất lớn. Vì vậy, những mô hình này không được sử dụng hiện nay.

Nguồn nhiệt bề mặt phân bố Gauss

Để khắc phục những nhược điểm của mô hình điểm và đường, Pavelic et al. [13] đã đề xuất rằng nguồn nhiệt nên được phân bố dạng đĩa tròn với thông lượng phân bố Gauss như Hình 2.4.



Hình 2.4. Mô hình đĩa tròn phân bố Gauss [13]

Mô hình này thực tế hơn mô hình điểm và đường của Rosenthal. Dạng toán học của mô hình này được mô tả như sau:

$$q_s(r) = q(0)e^{-Cr^2} \quad (2.8)$$

Trong đó, $q_s(r)$ ($\frac{W}{m^2}$) là mật độ dòng nhiệt bề mặt tại bán kính r (mm); C là hệ số điều chỉnh độ rộng phân bố. Đối với nguồn nhiệt laser, hệ số C (mm^{-2}) có dạng:

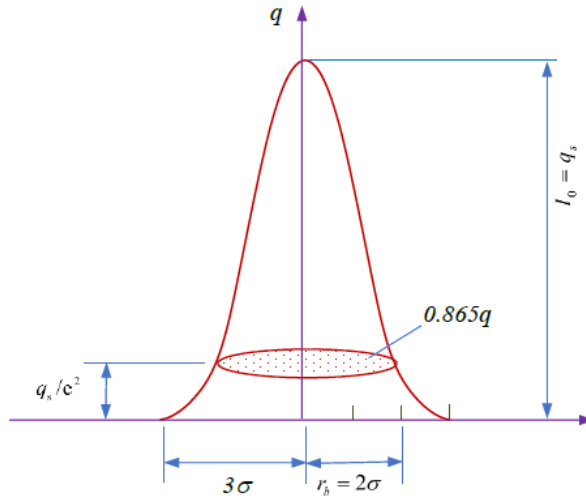
$$C = \frac{1}{r_b^2} \quad (2.9)$$

Khi đó, mô hình dạng đĩa tròn đối với nguồn nhiệt tia laser được mô tả như sau:

$$q_s(r) = I_0 \exp\left(-\frac{3r^2}{r_b^2}\right) = \frac{3\eta P}{\pi r_b^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{r_b^2}\right) \quad (2.10)$$

Trong đó, I_0 ($\frac{W}{m^2}$) là mật độ dòng nhiệt bề mặt lớn nhất của tia laser; η là hệ số hấp thụ; P (W) là công suất của tia laser; và r_b (mm) là bán kính của tia laser.

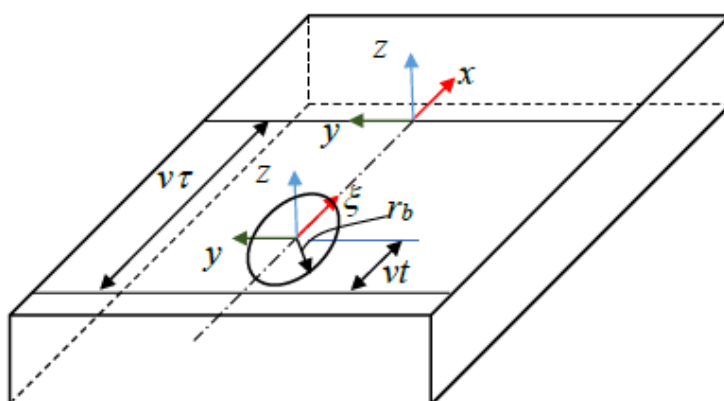
Mô hình này thể hiện rằng công suất của tia laser trên bề mặt tấm được sử dụng là mật độ dòng nhiệt q_s ($\frac{W}{m^2}$), phân bố trên một đĩa tròn bán kính $r_b = 2\sigma$ chứa 86% công suất của tia laser (Hình 2.5) [15]



Hình 2.5. Nguồn nhiệt laser phân bố Gauss trên đĩa tròn [15]

Trong trường hợp tia laser di chuyển theo một đường thẳng với một vận tốc cố định v , Friedman [14] và Krutz cùng với Segerlind [57] đã đưa ra một dạng thay thế mô hình đĩa của Pavalic trong hệ tọa độ động (ξ, y, z) như sau (Hình 2.6):

$$q_s(\xi, y) = \frac{3\eta P}{\pi r_b^2} \exp\left(-3\frac{\xi^2 + y^2}{r_b^2}\right) \quad (2.11)$$



Hình 2.6. Mô hình đĩa trong tọa độ động [57]

Nhiều nghiên cứu đã cho thấy rằng mô hình nguồn nhiệt của Pavelic, Friedman và Krutz được sử dụng thành công cho một vài trường hợp trong hàn nơi mà chiều sâu thấm của mỗi hàn thấp [14, 15, 57, 58] hoặc mô hình dựa trên sự di chuyển trao đổi nhiệt được sử dụng [59, 60]

Mô hình nguồn nhiệt thể tích bán cầu phân bố Gauss

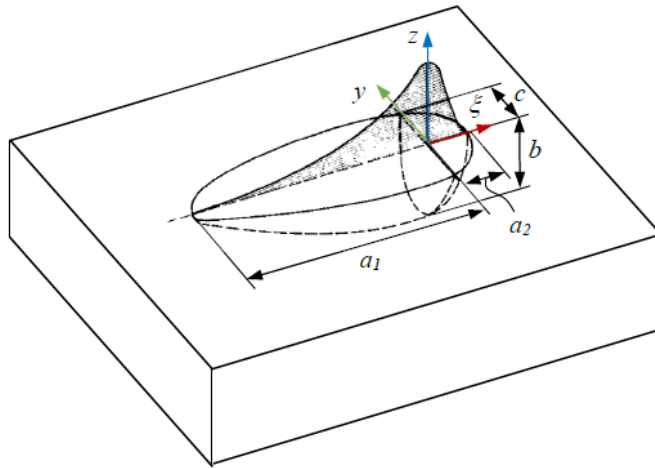
Đối với nguồn nhiệt có tỷ trọng năng lượng lớn như tia laser, mô hình nguồn nhiệt bề mặt của Pavelic, Friedman hay Krutz bỏ qua tác động “xới” (digging action) của áp suất sinh ra trong quá trình hàn. Trong trường hợp này, mô hình nguồn nhiệt thể tích bán cầu phân bố Gauss có độ chính xác cao hơn [61]. Biểu thức toán học của mô hình này được viết như sau:

$$q_v(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}\eta P}{\pi\sqrt{\pi}r_b^3} \exp\left(-3\frac{x^2 + y^2 + z^2}{r_b^2}\right) \quad (2.12)$$

Mô hình nguồn nhiệt thể tích hình Elíp phân bố Gauss

Trong quá trình hàn với tia laser di chuyển, vùng chảy của mỗi hàn không phải hình cầu. Khi đó, mô hình nguồn nhiệt thể tích bán cầu phân bố Gauss không còn phù hợp. Để khắc phục vấn đề này, mô hình nguồn nhiệt thể tích Elíp phân bố Gauss được đề xuất như [15, 61]. Một cách tổng quát, biểu thức toán học của mô hình nhiệt thể tích elíp di chuyển với vận tốc v viết trong hệ tọa độ cố định (x, y, z) có dạng như sau:

$$q_v(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3}\eta P}{abc\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-3\left(\frac{[x + v(\tau - t)]^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right)\right) \quad (2.13)$$



Hình 2.7. Mô hình nguồn nhiệt elíp kép

Trong quá trình tính toán và thực nghiệm, các nhà nghiên cứu thấy rằng sự phân bố nhiệt độ và gradient nhiệt độ gần và trong vùng chảy với mô hình trên không như mong đợi. Từ những kết quả đạt được, Goldak và cộng sự [15] đề xuất mô hình nguồn nhiệt thể tích elíp kép phân bố Gauss. Mô hình này là sự kết hợp hai mô hình nguồn nhiệt elíp như Hình 2.7

Dạng toán học của mô hình này được mô tả như sau:

$$\dot{q}(\xi, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3}f_{1,2}\eta P}{a_{1,2}bc\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-3\left(\frac{[x + v(\tau - t)]^2}{a_{1,2}} - 3\frac{y^2}{b^2} - 3\frac{z^2}{c^2}\right)\right) \quad (2.14)$$

Trong đó: f_1, f_2 là hệ số tỷ trọng của phần elíp phía trước và elíp phía sau. Các hệ số a_1, a_2, b, c là những thông số của nguồn nhiệt elíp kép. Kích thước và hình dạng của nguồn nhiệt này dựa vào các thông số f, a, b, c .

Trong một vài trường hợp, những thông số này thu từ thực nghiệm

2.1.3. Phương pháp phần tử hữu hạn cho bài toán truyền nhiệt dẫn nhiệt

Phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method – FEM) [62] được biết như một công cụ số để tìm nghiệm xấp xỉ trong rất nhiều bài toán kỹ thuật. Trong những bài toán hàn, FEM đã được ứng dụng rộng rãi và thành công trong việc xác định trường nhiệt độ và chu kỳ nhiệt trong quá trình hàn [14, 15, 57-61, 63].

Từ cơ sở lý thuyết FEM, để giải quyết bài toán nhiệt bằng phương pháp này, công việc trước hết là chọn phần tử thích hợp; tiếp theo biến nhiệt độ T bên trong phần tử được mô tả theo nhiệt độ tại nút phần tử như sau:

$$T = \sum_{i=1}^n [N_i(x, y, z)] \{T_i(t)\} \quad (2.15)$$

Trong đó: n là số phần tử, $[N_i]$ là hàm dạng, $\{T_i\}$ là véc tơ nhiệt độ nút phần tử.

Để xây dựng phương trình phần tử cho bài toán nhiệt, phương trình truyền nhiệt (Phương trình (2.1)) cùng với điều kiện biên được rời rạc hóa bởi phương pháp thặng dư có trọng số [64]. Sử dụng lý thuyết Gauss, dạng rời rạc của phương trình truyền nhiệt được viết ở dạng ma trận như sau:

$$[C]\{\dot{T}\} - [K]\{T\} = -\{R\} \quad (2.16)$$

Trong đó:

$$[C] = \int_{\Omega} \rho C_p [N]^T [N] d\Omega \quad (2.17)$$

$$[K] = \int_{\Omega} [B]^T [D] [B] d\Omega + \int_{\Gamma} h [N]^T [N] d\Gamma \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \{R\} &= \{R^{qv}\} - \{R^{qs}\} + \{R^h\} \\ &= \int_{\Omega} q_v [N]^T d\Omega - \int_{\Gamma} q_s [N]^T d\Gamma_q + \int_{\Gamma} h T_a [N]^T d\Gamma_h \end{aligned} \quad (2.19)$$

Trong đó: $[C]$ là ma trận chuyển đổi, $[K]$ là ma trận nhiệt, và $\{R\}$ là vector nguồn nhiệt.

Để rời rạc biểu thức hạng tức thời (biểu thức đầu tiên trong phương trình (2.16)), phương pháp sai phân hữu hạn được sử dụng [64, 65]. Sử dụng khai triển Taylor, xấp xỉ đạo hàm nhiệt độ trong biểu thức tức thời với độ chính xác bậc nhất theo thời gian có thể đạt được như sau:

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} \approx \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.20)$$

Trong đó: m là chỉ số thời gian và T_m là trường nhiệt độ tại điểm m .

Tiếp theo một trọng số λ được xem xét để:

$$T_{m+\lambda-1} = \lambda T_m + (1-\lambda) T_{m-1} \quad (2.21)$$

Thay phương trình (2.20) và (2.21) vào phương trình (2.16), ta được:

$$[C] \left\{ \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta t} \right\} + [K] \{ \lambda T_m + (1 - \lambda) T_{m-1} \} = \lambda \{ R \}_m + (1 - \lambda) \{ R \}_{m-1} \quad (2.22)$$

Phương trình (2.22) có thể sắp xếp lại như sau:

$$\{ T \}_m = \left(\frac{C}{\Delta t} + \lambda [K] \right)^{-1} \left(\frac{[C]}{\Delta t} - (1 - \lambda) [K] \right) \{ T \}_{m-1} + \left(\frac{[C]}{\Delta t} + \lambda [K] \right)^{-1} \{ R \}_{\bar{m}} \quad (2.23)$$

Trong đó:

$$\{ R \}_{\bar{m}} = \lambda \{ R \}_m + (1 - \lambda) \{ R \}_{m-1} \quad (2.24)$$

Từ phương trình (2.23) có thể thấy rằng giá trị của trường nhiệt độ trong miền không gian tại bước thời gian $t = t_m$ được tính toán bởi sử dụng giá trị trường nhiệt độ tại bước thời gian trước đó ($t = t_{m-1}$) và giá trị véc tơ tải cả hai bước thời gian $t = t_m$ và $t = t_{m-1}$.

Trong trường hợp $\lambda = 0$, phương trình (2.23) được gọi là phương pháp sai phân tiền.

Với $\lambda = 1$, phương trình (2.23) trở thành phương pháp sai phân lùi.

Khi $\lambda = 0.5$, phương trình (2.23) được gọi là phương pháp Crank-Nicolson.

Đối với trường hợp $\lambda = 0$ và $\lambda = 1$, sai số do rời rạc thời gian bằng phương pháp sai phân là $O(\Delta t)$. Trong khi phương pháp Crank-Nicolson ($\lambda = 0.5$), sai số là $O(\Delta t^2)$ [41].

2.1.4. Phương pháp nhiệt dung riêng hiệu dụng trong bài toán thay đổi pha

Trong quá trình hàn laser, vật hàn được gia nhiệt với nhiệt độ cao hơn nhiệt độ nóng chảy. Do vậy, sự thay đổi từ thể rắn sang lỏng và lỏng sang rắn sẽ diễn ra trong quá trình hàn. Sự thay đổi pha này là do sự hấp thu hay giải phóng ẩn nhiệt (latent heat). Vì vậy, chúng ta cần xem xét ẩn nhiệt trong quá trình mô phỏng trường nhiệt và chu kỳ nhiệt trong quá trình hàn laser.

Như trong lý thuyết [66, 67], vài phương pháp được sử dụng để xử lý vấn đề thay đổi pha như: phương pháp theo dõi mặt (front tracking method) và phương

pháp cố định lưới (fixed grid method). Phương pháp cố định lưới gồm những phương pháp khác nhau như: phương pháp nhiệt dung riêng hiệu dụng (effective specific heat capacity method), phương pháp dòng nhiệt (heat flow method), phương pháp enthalpy (enthalpy method).

Do những thuận lợi của phương pháp nhiệt dung riêng hiệu dụng, đó là không cần theo dõi mặt phân giới giữa rắn và lỏng; không yêu cầu chia lưới lại, không cần hiệu chỉnh phương trình truyền nhiệt và chương trình, nên phương pháp này được sử dụng rộng rãi trong giải các bài toán về chuyển đổi pha như trong hàn.

Trong phương pháp này, phương trình năng lượng trong toàn miền của vật hàn được viết như sau:

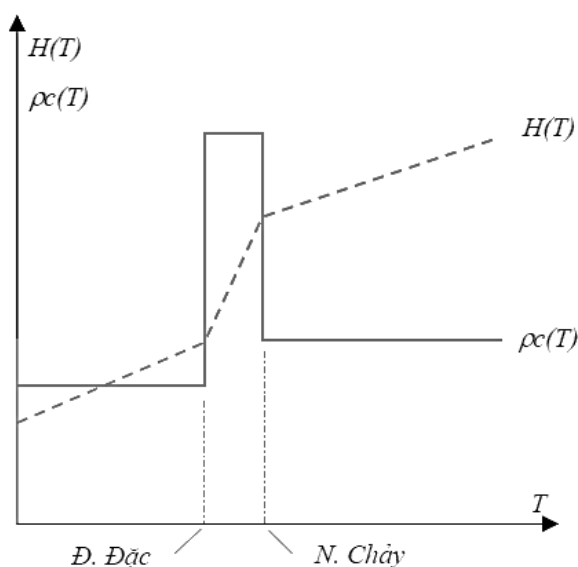
$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.25)$$

Trong đó: H là hàm enthalpy (J)

Từ phương trình (2.25), phương pháp nhiệt dung riêng hiệu dụng được xây dựng:

$$c_{eff} = \frac{\partial H}{\partial T} \quad (2.26)$$

Nhiệt dung riêng hiệu dụng và sự biến đổi enthalpy đối với nhiệt độ được thể hiện ở Hình 2.8



Hình 2.8. Sự thay đổi của nhiệt dung riêng hiệu dụng và enthalpy

Hệ số này được mô tả như sau [63]:

$$\begin{aligned}
 c_{eff} &= \rho c_s & (T \leq T_s) \\
 c_{eff} &= \rho c_f + \frac{L}{T_l - T_s} & (T_s < T < T_l) \\
 c_{eff} &= \rho c_l & (T \geq T_l)
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Trong đó: c_s, c_f, c_l là nhiệt dung riêng trong thể rắn, (trung bình) rắn-lỏng và lỏng tương ứng, L là ẩn nhiệt, T_s và T_l là nhiệt độ đông đặc/kết tinh và nóng chảy.

Ta thấy rằng nhiệt dung riêng hiệu dụng tiến đến vô hạn nếu giá trị nhiệt độ đông đặc và nóng chảy rất gần với nhau. Đối với quá trình thay đổi pha đẳng nhiệt, khoảng giá trị giữa nhiệt độ đông đặc và nóng chảy bằng không. Khi đó, phương pháp này không thể sử dụng vì sự suy biến của thông số nhiệt dung riêng hiệu dụng. Tuy nhiên, trong hầu hết các vật liệu hợp kim, khoảng nhiệt độ này là rất lớn. Vì vậy, tính suy biến của nhiệt dung riêng hiệu dụng không xảy ra [63, 68, 69].

2.2. Phương pháp giải quyết bài toán nhiệt của hàn điểm laser

2.2.1. Đặt vấn đề

Xác định giá trị hệ số hấp thụ trong quá trình xử lý vật liệu bằng laser từ việc đo trực tiếp là rất khó do vị trí bề mặt được gia nhiệt có trường nhiệt độ rất cao và gradient nhiệt độ rất nhạy. Vì vậy, các nhà nghiên cứu thường chọn phương pháp ngược để xác định hệ số này trong quá trình xử lý bề mặt bằng laser [26, 27].

Quá trình hàn laser cũng không ngoại lệ, đặc biệt là nhiệt độ và gradient trong quá trình hàn laser cao hơn rất nhiều so với xử lý vật liệu. Hơn nữa, sự thay đổi pha trong quá trình hàn dẫn đến tính phi tuyến rất cao trong quá trình giải quyết bài toán hàn. Vì vậy, nghiên cứu sinh cần sử dụng một phương pháp hiệu dụng để thực hiện điều này. Trong quá khứ, có rất nhiều phương pháp ngược khác nhau, có thể chia thành 2 loại: dựa vào gradient (gradient based) và không dựa vào gradient (non-gradient based) [70-74]

✓ Dựa vào gradient có thể kể đến như: thuật toán Levenberg – Marquardt (Levenberg – Marquardt Method – LMM), phương pháp gradient liên hợp (Conjugate Gradient Method – CGM), lập trình bậc hai tuần tự (Sequential Quadratic Programming –SQP) Các phương pháp này có tốc độ hội tụ

nhanh, ổn định và cho kết quả cục bộ (local solution). Tuy nhiên, nó cần phải tính toán hướng đi của vấn đề.

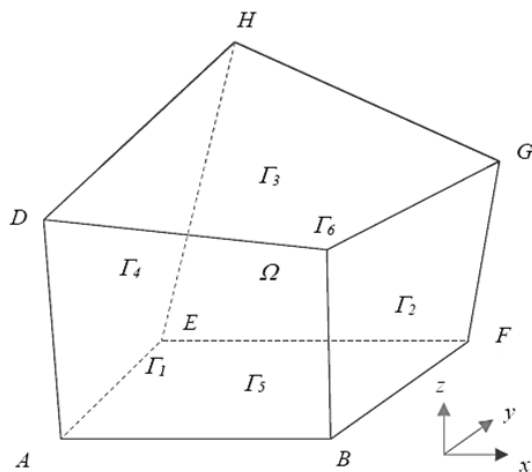
✓ Không dựa vào gradient như: thuật toán di truyền (Genetic Algorithm – GA), tối ưu bầy đàn (Partial Swarm Optimizatin – PSO), Thuật toán phỏng (mô phỏng) luyện kim (Simulated Annealing – SA), mạng thần kinh nhân tạo (Artificial Neural Network – ANN). Các phương pháp này lại không cần tính toán hướng đi nhưng tốc độ hội tụ chậm hơn và cho kết quả trong miền toàn cục (global solution)

Trong chương này, nghiên cứu sinh đề xuất một phương pháp tuần tự (sequential method) để xác định giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điểm bằng laser. Phương pháp này sử dụng phương pháp dựa vào gradient (gradient based), Modified Newton – Raphson (MNR) để tìm giá trị của hệ số thiết lập trong mỗi bước thời gian. Ưu điểm của phương pháp MNR đó là công thức xác định ngược được xây dựng trực tiếp từ sự so sánh giữa nhiệt độ tính toán trong bài toán thuận và nhiệt độ thu được từ cảm biến. Do đó không cần phải sử dụng phương pháp cực tiểu phi tuyến (non-linear least squares) để xây dựng phương trình.

Đối với phương pháp tuần tự, điểm mạnh của nó là chúng ta không cần biết trước dạng phương trình của biến thiết lập. Cơ sở lý thuyết của phương pháp này sẽ được trình bày chi tiết trong mục 2.2.3 này.

2.2.2. Bài toán thuận

Vấn đề truyền dẫn nhiệt ba chiều tổng quát trong một miền Ω được xem xét với các điều kiện biên tương ứng như Hình 2.9.



Hình 2.9. Truyền nhiệt ba chiều tổng quát

Ứng dụng phương trình (2.1) cho Hình 2.9:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$T = T_b \text{ trên biên } \Gamma_1 \text{ \& } \Gamma_2 \quad (2.29)$$

$$-n_q(-k\Delta T) = q_s \text{ trên biên } \Gamma_3 \text{ \& } \Gamma_4 \quad (2.30)$$

$$-n_c(-k\Delta T) = h(T - T_0) \text{ trên biên } \Gamma_5 \text{ \& } \Gamma_6 \quad (2.31)$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0; \quad t = t_0 \quad (2.32)$$

Trong đó: $T(x,y,z,t)$ là trường nhiệt độ trong miền Ω ; k , ρ , c_p là hệ số truyền nhiệt, trọng lượng riêng, nhiệt dung riêng của miền Ω ; q_v là thông lượng nhiệt thể tích; q_s là mật độ dòng nhiệt bề mặt; n_c và n_q là các vector pháp tuyến trên mặt trao đổi nhiệt Γ_c và mặt nhận mật độ dòng nhiệt Γ_q ; và T_0 là nhiệt độ ban đầu trong miền Ω .

Khi đặc tính nhiệt của miền Ω và những điều kiện biên đã có, trường nhiệt độ $T(x,y,z,t)$ có thể xác định bằng cách giải phương trình (2.28) bằng phần tử hữu hạn như trình bày ở mục 2.1.3.

Trong điều kiện một hoặc nhiều thông số đầu vào chưa biết, phương pháp ngược được sử dụng để xác định những thông số này.

2.2.3. Phương pháp tuần tự (Sequential method)

Trong phương pháp đề xuất này, phương pháp Modified Newton – Raphson (MNR) kết hợp với “*khái niệm bước thời gian kế tiếp (concept of future time)*” được sử dụng giải vấn đề ngược theo từng bước [75, 76].

Xác định ngược các thông số đầu vào tại mỗi bước thời gian gồm hai quá trình: quá trình giải bài toán thuận và bài toán ngược.

✓ Trong bài toán thuận, giá trị thông số cần xác định được giả sử cho trước và trường nhiệt độ trong miền tính toán được giải bằng FEM. Lời giải từ quá trình này được đưa vào quá trình tính toán độ nhạy (hay tìm hướng đi) và tích hợp với nhiệt độ từ cảm biến để xây dựng thành một hệ phương trình.

✓ Trong bài toán ngược, phương pháp MNR sử dụng một vài vòng lặp để tìm ra giá trị của biến cần tìm. Giá trị vừa tìm được được sử dụng cho bước thời

gian kế tiếp. Như thế, giá trị của biến cần tìm sẽ được thiết lập trong toàn bộ miền thời gian.

Cụ thể, tại mỗi bước thời gian, phương pháp này gồm 4 vấn đề cần giải quyết:

Vấn đề 1: Bài toán thuận (Direct/forward problem)

Tại thời điểm $t = t_m$, phương trình (2.28) và điều kiện biên có dạng sau:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) + \phi_m^{qv, iqv} = \rho C \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad (2.33)$$

$$T_b(x_i, y_i, z_i, t_m) = \phi_m^{qs, iqs} \quad (2.34)$$

$$q_{s,m}(x_i, y_i, z_i, t_m) = \phi_m^{qs, iqs} \quad (2.35)$$

$$q_{c,m}(x_i, y_i, z_i, t_m) = \phi_m^{qc, iqc} \quad (2.36)$$

$$T(x, y, z, t_{m-1}) = T_{m-1} \quad (2.37)$$

Ở đây, $\phi_m^{T, iT}$, $\phi_m^{qs, iqs}$, $\phi_m^{qc, iqc}$, $\phi_m^{qv, iqv}$ là những thông số chưa biết của nhiệt độ, mật độ dòng nhiệt bề mặt, trao đổi nhiệt tại biên, và mật độ dòng nhiệt thể tích tương ứng; c là chỉ số biểu hiện vị trí của những cảm biến.

Như phân trình bày trong lý thuyết [23, 24], lời giải ngược có tính “mờ” (ill-defined) rất cao. Do vậy, lời giải rất nhạy với sai số của đo lường từ cảm biến. Vì vậy, khái niệm về thời gian kế tiếp (concept of future time) được đề xuất và sử dụng để đảm bảo sự ổn định và liên tục trong quá trình thiết lập. Trong cách này, khi xác định giá trị tại bước thời gian $t = t_m$, giá trị của biến thiết lập tại các bước thời gian $t = t_1, t = t_2, \dots, t = t_{m-1}$ đã được thiết lập và một vài giá trị xác định trong các bước thời gian tiếp theo được giả sử là có quan hệ hằng số hoặc tuyến tính với giá trị xác định hiện tại [18].

Với r là bước thời gian kế tiếp, chúng ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \phi_{m+r}^T = \phi_m^T + \xi(r-1)(\phi_m^T - \phi_{m-1}^T) \\ \phi_{m+r}^{qs} = \phi_m^{qs} + \xi(r-1)(\phi_m^{qs} - \phi_{m-1}^{qs}) \\ \phi_{m+r}^c = \phi_m^c + \xi(r-1)(\phi_m^c - \phi_{m-1}^c) \\ \phi_{m+r}^{qv} = \phi_m^{qv} + \xi(r-1)(\phi_m^{qv} - \phi_{m-1}^{qv}) \end{cases} \quad (2.38)$$

Với $\xi = 0$ là mối quan hệ hằng số; $\xi = 1$ là quan hệ tuyến tính.

Như vậy, bài toán thuận là tìm trường nhiệt độ $T(x,y,z,t)$ cho r bước thời gian và thông số chưa xác định được chứa trong hệ phương trình (2.38)

Vấn đề 2: Bài toán phân tích độ nhạy

Tại mỗi bước thời gian, MNR sẽ thực hiện vài vòng lặp để tính giá trị của biến cần tìm tại bước này. MNR là phương pháp dựa trên gradient, do vậy cần phải phân tích độ nhạy để tìm hướng đi của nghiệm. Bằng cách đạo hàm phương trình (2.33) và điều kiện biên tương ứng theo biến cần tìm, ta có:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) + \frac{\partial \phi_m^{qv, i_{qv}}}{\partial \phi_m^{*, i_s}} = \rho C \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad (2.39)$$

$$X_b(x_i, y_i, z_i, t_m) = \frac{\partial \phi_m^{T, i_T}}{\partial \phi_m^{*, i_s}} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial q_{s,m}(x_i, y_i, z_i, t_m)}{\partial \phi_m^{*, i_s}} = \frac{\partial \phi_m^{qs, i_{qs}}}{\partial \phi_m^{*, i_s}} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial q_{c,m}(x_i, y_i, z_i, t_m)}{\partial \phi_m^{*, i_s}} = \frac{\partial \phi_m^{qc, i_{qc}}}{\partial \phi_m^{*, i_s}} \quad (2.42)$$

$$X(x_i, y_i, z_i, t_{m-1}) = X_{m-1} = 0 \quad (2.43)$$

Trong đó:

$$X_m(x_i, y_i, z_i, t_m) = \frac{\partial T_m(x_i, y_i, z_i, t_m)}{\partial \phi_m^{*, i_s}} \quad (2.44)$$

Từ phương trình (2.39) đến phương trình (2.43) có thể sử dụng FEM để giải như giải bài toán thuận về truyền nhiệt.

Vấn đề 3: Phương pháp Modified Newton-Raphson (MNR)

Sau khi phân tích tính toán độ nhạy, MNR được sử dụng để xác định biến chưa biết.

Trong phương pháp này, biến cần xác định được chứa trong một hệ phương trình phi tuyến sau:

$$\Phi^{j,j} = \Phi_c^{j,j} - \Phi_m^{j,j} = 0 \quad (2.45)$$

Trong đó: Φ_c là nhiệt độ tính toán từ bài toán thuận; Φ_m là nhiệt độ đo lường; và $i = 1, 2, \dots, p$; $j = m, m+1, \dots, m+r$

Phương trình này có $n_T + n_{q_s} + n_c + n_{q_v}$ biến. Số phương trình là tích số giữa số điểm đo lường nhiệt độ p với số bước thời gian kế tiếp r . Chú ý rằng để đảm

bảo sự ổn định trong quá trình giải ngược, số phương trình độc lập phải lớn hơn số biến cần xác định. Hay:

$$p \times r > n_T + q_{q_s} + n_c + n_{q_v} \quad (2.46)$$

Phương trình (2.45) có thể viết lại với chỉ số p, m, r như sau:

$$\begin{aligned} \Phi &= [\Phi^{j,m}, \Phi^{j,m+1}, \Phi^{j,m+2}, \dots, \Phi^{j,m+r}]^T \\ \Phi &= [\Phi^{1,m}, \Phi^{1,m+1}, \Phi^{1,m+2}, \dots, \Phi^{1,m+r}, \\ &\quad \Phi^{2,m}, \Phi^{2,m+1}, \Phi^{2,m+2}, \dots, \Phi^{2,m+r}, \\ &\quad \dots \dots \dots \dots \dots, \\ &\quad \Phi^{p,m}, \Phi^{p,m+1}, \Phi^{p,m+2}, \dots, \Phi^{p,m+r}]^T \\ \Phi &= \{\widehat{\Phi}_u\} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Trong đó, $u= 1,2,3,\dots, p \times r$ là số phương trình của hệ phương trình (2.48)

Giả sử rằng các biến chưa biết cần xác định chứa trong vector x như sau:

$$\begin{aligned} x &= \{\Phi_m^{T,1}, \Phi_m^{T,2}, \dots, \Phi_m^{T,n_T}, \Phi_m^{q_s,1}, \Phi_m^{q_s,2}, \dots, \Phi_m^{q_s,n_{q_s}}, \\ &\quad \Phi_m^{c,1}, \Phi_m^{c,2}, \dots, \Phi_m^{c,n_c}, \Phi_m^{q_v,1}, \Phi_m^{q_v,2}, \dots, \Phi_m^{q_v,n_{q_v}}\}^T \\ &= \{x_1, x_2, \dots, x_{n_T+n_{q_s}+n_c+n_{q_v}} = \{x_v\}^T \end{aligned} \quad (2.48)$$

Trong đó: $v = n_T + q_{q_s} + n_c + n_{q_v}$ là số biến chưa biết, cần tìm.

Khi đó, giá trị của x tìm được bởi MNR với vòng lặp sau:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - [\Psi^T(x^k) \Psi(x^k)]^{-1} \Psi^T(x^k) \Phi(x^k) \quad (2.49)$$

Với ma trận độ nhạy Ψ được xây dựng từ vấn đề nhạy trên phương trình

(2.39) – phương trình (2.44)

Vấn đề 4: Tiêu chuẩn dừng

Vòng lặp phương trình (2.49) để xác định giá trị của x tại mỗi bước thời gian sẽ dừng khi điều kiện được thỏa mãn. Hai tiêu chuẩn dừng được đề xuất bởi Frank and Wolfe [77] được sử dụng trong phương pháp đề xuất này như sau:

$$\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| / \|x^{(k+1)}\| \leq \delta \quad (2.50)$$

$$\|J(x^{(k+1)}) - J(x^{(k)})\| / \|J(x^{(k+1)})\| \leq \varepsilon_s \quad (2.51)$$

$$\text{Với } \|J(x^{(k+1)})\| = \sum_{i=1}^r [\Phi_c^i - \Phi_{cm}^i]^2 \quad (2.52)$$

Trong đó: δ và ε_s là những giá trị dừng.

2.2.4. Thuật toán

Thuật toán của phương pháp đề xuất có thể mô tả như sau:

Chọn một số bước thời gian kế tiếp r , cấu hình lưới không gian và thời gian cho FEM trong bài toán thuận. Cho trước giá trị điều kiện dừng cho δ và ε_s . Lờ giải của $\mathbf{x}^{(k)}$ tại bước thời gian $t = t_m$ như sau:

Bước 1: Giải phương trình truyền nhiệt thuận (phương trình (2.33)), tính toán trường nhiệt độ Φ_c .

Bước 2: Sử dụng trường nhiệt độ Φ_c và Φ_m để xây dựng Φ (phương trình (2.47)).

Bước 3: Tính toán ma trận độ nhạy Ψ (phương trình (2.39)).

Bước 4: Tính toán $\mathbf{x}^{(k+1)}$ từ phương trình (2.49)

Bước 5: Dừng vòng lặp nếu điều kiện dừng trong phương trình (2.50) - (2.52) thỏa mãn.

Bước 6: Kết thúc quá trình lặp nếu tới bước thời gian cuối cùng. Ngược lại, tính cho bước thời gian tiếp theo ($j = m+1$)

2.3. Kết quả minh chứng và thảo luận

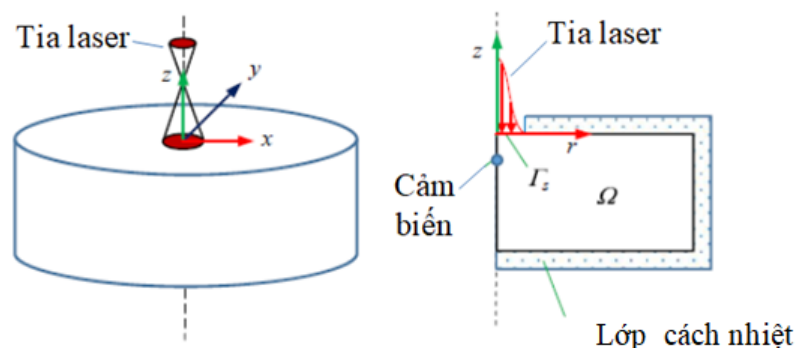
2.3.1. Phát biểu bài toán hàn điểm bằng laser

Xem xét một mẫu hàn trụ tròn như Hình 2.10.

Bề mặt trên của mẫu hàn được gia nhiệt bởi tia laser có bán kính r_b .

Các mặt còn lại của mẫu hàn được bọc với lớp cách nhiệt (adiabatic layer) để không cho năng lượng nhiệt thất thoát ra môi trường xung quanh.

Một cảm biến nhiệt (sensor) được đặt bên trong mẫu hàn để lưu sự thay đổi nhiệt độ suốt quá trình gia nhiệt.



Hình 2.10. Mô hình hàn điểm laser

Do tính đối xứng trục của vật mẫu, phương trình truyền nhiệt trong hệ tọa độ trụ 2D được cho như sau:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(rk(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho(T) C(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.53)$$

Với các điều kiện biên tương ứng:

$$\text{Tại mặt chiếu tia laser } (\Gamma_s) : -k(T) \frac{\partial T}{\partial x} = q(r) \quad (2.54)$$

$$\text{Tại các mặt còn lại: } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.55)$$

$$T(r, z, 0) = T_0 \quad (2.56)$$

Trong đó, $k(T)$, $\rho(T)$, $C(T)$ là hệ số truyền nhiệt, tỷ trọng riêng và nhiệt dung riêng của mẫu hàn (chú ý rằng các hệ số này phụ thuộc vào nhiệt độ); $T(r, z, t)$ là trường nhiệt độ trong mẫu hàn; T_0 là nhiệt độ ban đầu; và $q(r)$ là mật độ dòng nhiệt của tia laser tại khoảng cách r với gốc tại tâm của nguồn nhiệt.

Trong trường hợp này, mô hình nguồn nhiệt được đề xuất bởi Friedman [14], như đã trình bày trong mục 2.1, được sử dụng phương trình (2.10).

Khi đó, mô hình nguồn nhiệt có thể viết lại cho tia laser bán kính r_b như sau:

$$q(r) = \frac{3.P.\eta}{\pi r_b^2} \exp\left(\frac{-3r^2}{r_b^2}\right) \quad (2.57)$$

Trong đó: P là công suất của tia laser; η là hệ số hấp thụ.

Khi hệ số hấp thụ, đặc tính nhiệt của vật mẫu, điều kiện biên và cấu hình hàn điểm được biết, trường nhiệt độ $T(r, z, t)$ trong miền tính toán của vật mẫu có thể đạt được bằng cách giải phương trình (2.53) bằng FEM kết hợp với phương pháp nhiệt dung riêng hiệu dụng để xem xét sự thay đổi pha như được trình bày trong mục 2.1.

Ngược lại, khi hệ số hấp thụ trong quá trình hàn điểm này chưa biết, chúng ta sử dụng giá trị nhiệt đo được từ cảm biến được nhúng tại điểm $K(o, z)$ kết hợp với phương pháp tuần tự như trình bày trong mục 2.2 để xác định ngược hệ số này.

2.3.2. Phương pháp tuần tự (Sequential method)

Bài toán thuận

Tại thời điểm $t = t_m$, phương trình truyền nhiệt của hàn điểm được viết như sau:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(rk(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) = \rho(T_m) C(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad (2.58)$$

$$\text{Tại mặt chiếu tia laser } (\Gamma_s): -k(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial x} = q_m(r) \quad (2.59)$$

$$\text{Tại các mặt còn lại: } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.60)$$

$$T(r, z, t_{m-1}) = T_{m-1} \quad (2.61)$$

Trong đó:

$$q_m(r) = \frac{3P \cdot \eta_m}{\pi r_b^2} \exp\left(\frac{-3r^2}{r_b^2}\right) \quad (2.62)$$

Với: $\hat{\eta}_m$ là hệ số hấp thụ chưa biết (cần phải xác lập) tại thời gian $t = t_m$

Như đã trình bày trong mục 2.2, vấn đề ngược là vấn đề “mờ”, rất nhạy với sai số của giá trị đo lường. Để tăng tính ổn định của lời giải ngược, khái niệm bước thời gian kế tiếp được đưa ra. Trong cách tiếp cận này, vài giá trị của hệ số hấp thụ của những bước thời gian tiếp theo được giả định có mối quan hệ hằng số hay tuyến tính với giá trị của hệ số hấp thụ tại bước đang tính toán. Với r bước thời gian kế tiếp, chúng ta có mối quan hệ của hệ số hấp thụ như sau:

$$\hat{\eta}_{m+r}^q = \hat{\eta}_m^q + \xi(r-1)(\hat{\eta}_m^q - \hat{\eta}_{m-1}^q) \quad (2.63)$$

Trong đó, thông số ξ có giá trị là 0 và 1 tương ứng với mối quan hệ hằng số hay tuyến tính.

Từ đó, tại bước thời gian $t = t_m$, vấn đề thuận trong phương trình (2.58) được giải với r bước thời gian ($t = t_m$ đến $t = t_{m+r}$)

Bài toán phân tích độ nhạy

Vấn đề độ nhạy của bài toán xác định giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điểm bằng laser có thể mô tả như sau: thực hiện đạo hàm phương trình (2.58) và điều kiện biên tương ứng đối với biến hệ số hấp thụ $\hat{\eta}_m$ tại thời điểm $t = t_m$.

Hay:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk(T_m) \frac{\partial X_m}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(rk(T_m) \frac{\partial X_m}{\partial z} \right) = \rho(T_m) C(T_m) \frac{\partial X_m}{\partial t} \quad (2.64)$$

$$\text{Tại mặt chiếu tia laser } (\Gamma_s): -k(T_m) \frac{\partial X_m}{\partial x} = \frac{\partial q_m(r)}{\partial \hat{\eta}_m} \quad (2.65)$$

$$\text{Tại các mặt còn lại: } \frac{\partial X_m}{\partial x} = 0 \quad (2.66)$$

$$X(r, z, t_{m-1}) = X_{m-1} = 0 \quad (2.67)$$

Vấn đề độ nhạy được giải giống như vấn đề thuận với r bước thời gian bằng phương pháp phần tử hữu hạn.

Phương pháp Modified Newton-Raphson (MNR)

Như trình bày mục 2.2.3, tại mỗi bước thời gian $t = t_m$, chúng ta sử dụng vòng lặp MNR để xác định hệ số hấp thụ.

Một cách ngắn gọn, phương trình (2.49) được viết lại cụ thể hơn để xác định hệ số hấp thụ như sau:

$$\hat{\eta}_m^{(k+1)} = \hat{\eta}_m^{(k)} - \left[X^T(\hat{\eta}_m^{(k)}) X(\hat{\eta}_m^{(k)}) \right]^{-1} X^T(\hat{\eta}_m^{(k)}) \Phi(\hat{\eta}_m^{(k)}) \quad (2.68)$$

Tiêu chuẩn dừng

Vòng lặp MNR sẽ dừng khi điều kiện (đã trình bày trong mục 2.2.3) thỏa mãn. Cụ thể:

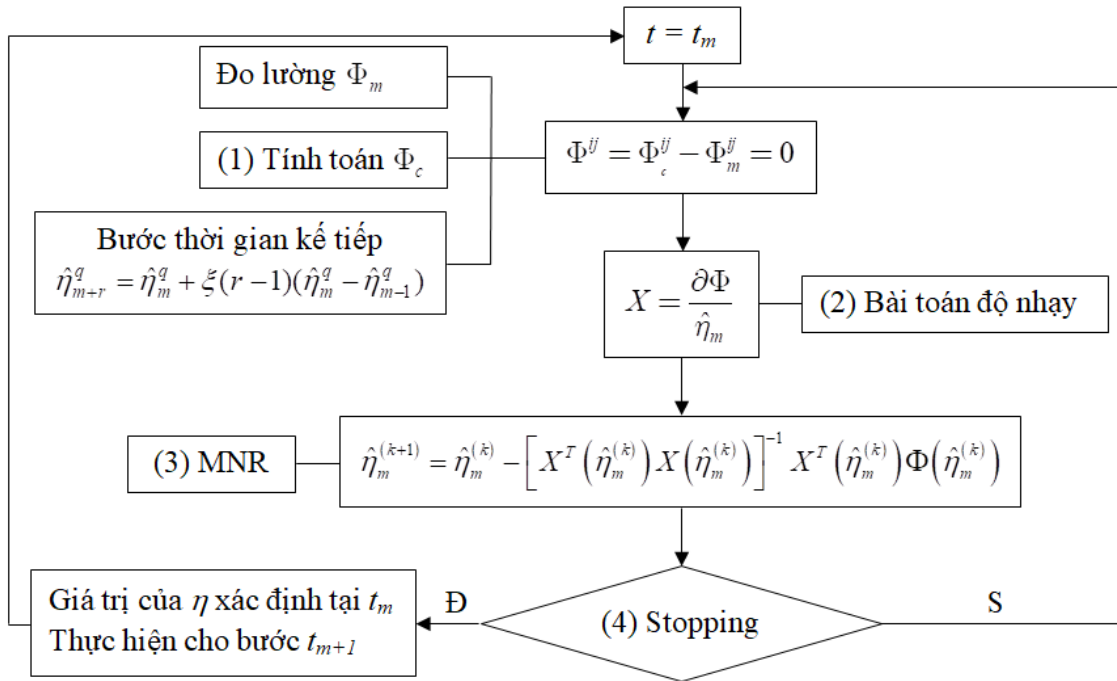
$$\left\| \hat{\eta}_m^{(k+1)} - \hat{\eta}_m^{(k)} \right\| / \left\| \hat{\eta}_m^{(k+1)} \right\| \leq \delta \quad (2.69)$$

$$\left\| S(\hat{\eta}_m^{(k+1)}) - S(\hat{\eta}_m^{(k)}) \right\| / \left\| S(\hat{\eta}_m^{(k+1)}) \right\| \leq \varepsilon_s \quad (2.70)$$

$$\text{Trong đó: } \left\| S(\hat{\eta}_m^{(k+1)}) \right\| = \sum_{i=1}^r \left[\Phi_c^i - \Phi_m^i \right]^2 \quad (2.71)$$

2.3.3. Thuật toán

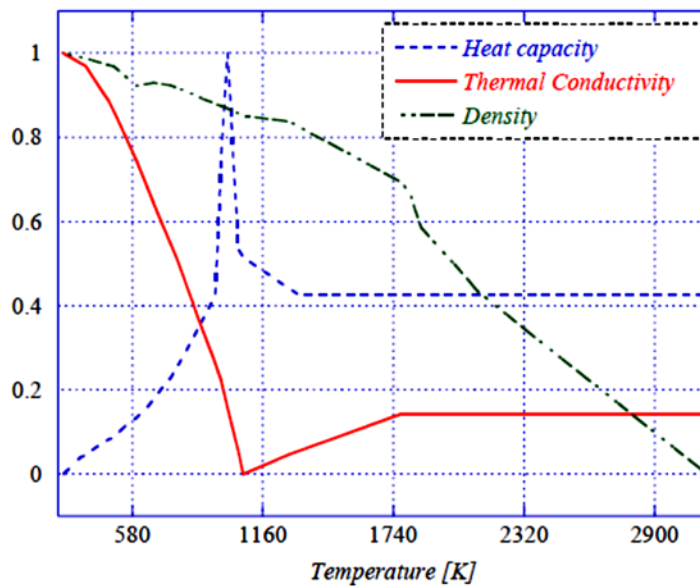
Thuận toán xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điểm bằng laser tương tự như trong trường hợp tổng quát đã trình bày trong mục 2.2. Cụ thể hơn, thuận toán này được trình bày trong sơ đồ thuật toán như Hình 2.11



Hình 2.11. Sơ đồ thuật toán

2.3.4. Kết quả và thảo luận

Trong phần này, hai trường hợp được đưa ra để chứng minh cho phương pháp đề xuất trong luận án này để xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điểm laser.



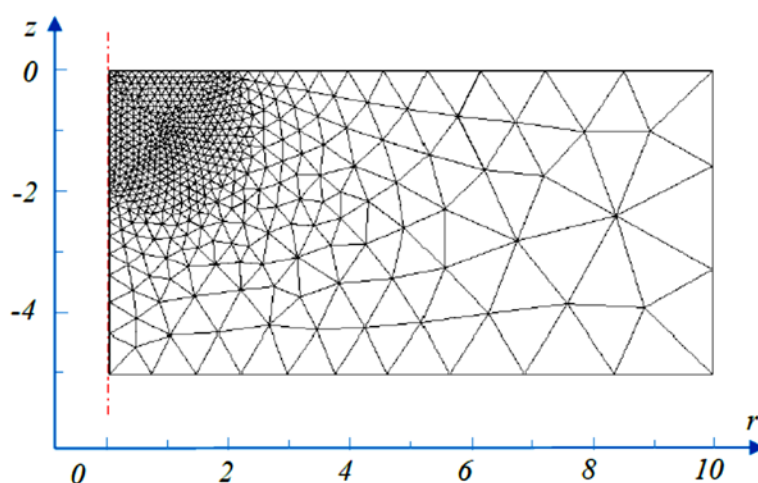
Hình 2.12. Đặc tính vật liệu của AISI 304

Trong hai trường hợp, một mẫu hàn trụ tròn có chiều cao là $H = 5\text{mm}$ và đường kính là $d = 20\text{mm}$ được sử dụng. Vật liệu sử dụng là thép không gỉ AISI 304 có được tính chất nhiệt phụ thuộc vào nhiệt độ, lấy từ nghiên cứu của Sabarikanth [78]. Các thông số nhiệt gồm: trọng lượng riêng, hệ số truyền nhiệt và nhiệt dung riêng chuẩn hóa được thể hiện trong Hình 2.12.

Một cảm biến nhiệt giả định được nhúng tại vị trí $K(0, -1\text{mm})$. Nghĩa là dữ liệu nhiệt độ đo lường được tạo ra bằng cách trích xuất dữ liệu tại vị trí K từ lời giải của bài toán thuận với một giá trị hệ số hấp thụ biết trước. Sau đó để tạo ra dữ liệu bao gồm sai số giống như việc đo đạc thực tế hay trong phòng thí nghiệm, người ta sử dụng công thức sau:

$$T^m = T^c + \lambda_e \sigma \quad (2.72)$$

Trong đó, T^m là dữ liệu nhiệt độ đo lường, giá trị này được tạo từ giá trị nhiệt đo tính toán bởi bài toán thuận, T^c cộng với một lượng sai số $\lambda_e \sigma$, với σ là sai số chuẩn và λ_e là con số ngẫu nhiên nằm trong khoảng $-2.576 \leq \lambda_e \leq 2.576$, mang ý nghĩa 99% khoảng rõ ràng trong sự xuất hiện của sai số [24]. Giá trị của λ_e được sử dụng từ thư viện của DRNNOR [79] nhằm mô phỏng đúng với qui luật xác suất mà sai số xuất hiện trong các kết quả đo thực tế.



Hình 2.13. Lưới chia của FEM

Lưới trong hai trường hợp chia mịn (với kích thước khoảng $\Delta x \approx 2 \times 10^{-5} \text{ mm}$) ở vùng gần tia laser và chia thô ở miền xa tia laser (với kích thước khoảng $\Delta x \approx 1.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$) như Hình 2.13

Bên cạnh đó, để điều tra độ lệch giữa giá trị xác định ngược và giá trị chính xác, công thức tính sai số tương đối trung bình giữa giá trị xác định ngược và giá trị chính xác được cho như sau:

$$\mu = \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \left| \frac{f - \hat{f}}{\hat{f}} \right| \quad (2.73)$$

Trong đó: f là giá trị xác định ngược của hệ số hấp thụ có dữ liệu nhiệt độ có sai số, \hat{f} là giá trị chính xác của hệ số hấp thụ, N_t là số bước thời gian.

Phương trình (2.73) cho ta biết rằng giá trị μ còn nhỏ thì kết quả xác định còn chính xác.

Trong hai trường hợp, đề tài luận án sẽ nghiên cứu việc thiết lập của phương pháp đề xuất trong việc xác định giá trị hệ số hấp thụ và kích thước môi hàn trong hàn điểm laser. Trong đó, ảnh hưởng của sai số đo lường và số lượng bước thời gian kế tiếp cũng được khảo sát.

a. Trường hợp 1

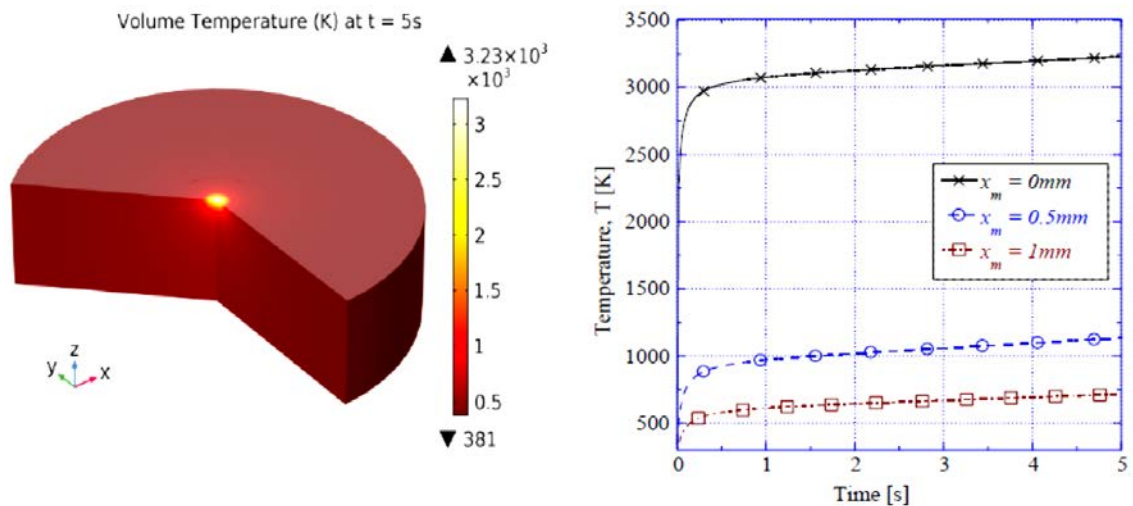
Trường hợp này, giá trị hệ số hấp thụ được giả sử là $\eta = 0.3$. Mẫu hàn ban đầu có nhiệt độ bằng nhiệt độ môi trường ($T_0 = 27^{\circ}\text{C}$) được gia nhiệt bằng tia laser có bán kính hiệu dụng là $r_b = 0.63\text{mm}$ với thời gian gia nhiệt là $t_f = 5\text{s}$. Tia laser có công suất $P = 400\text{W}$.

Như vậy, nguồn nhiệt của tia laser sử dụng mô hình của Friedman [14] như sau:

$$q_m(r) = \frac{3 \times 400 \times 0.3}{\pi \times (0.63 \times 10^{-3})^2} \exp\left(\frac{-3 \times r^2}{(0.63 \times 10^{-3})^2}\right) \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) \quad (2.74)$$

Sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để giải bài toán thuận của hàn điểm laser.

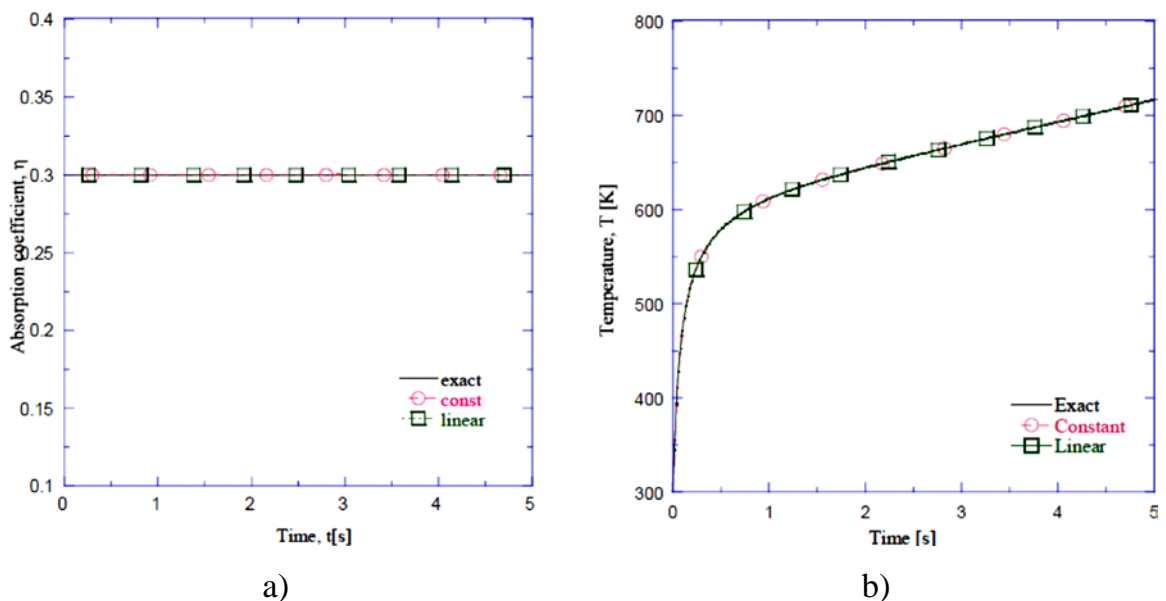
Trường nhiệt độ trong mẫu hàn tại thời điểm $t = 5\text{s}$ được thể hiện ở Hình 2.14a và sự thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại bề mặt mẫu hàn tại một số vị trí (0, 0), (0, -0.5mm), và (0, -1mm) được thể hiện ở Hình 2.14b.



a) Trường nhiệt độ b) $T(0,0,t)$, $T(0,-0.5mm,t)$, $T(0,-1mm,t)$

Hình 2.14. Trường nhiệt độ trong mẫu hàn

Từ Hình 2.15, ta thấy rằng nhiệt độ tại mặt mẫu hàn tăng lên rất nhanh trong khoảng thời gian từ $t = 0 - 0.5s$ từ sau đó tăng lên từ từ. Hơn nữa, ta thấy rằng nhiệt độ tại mặt mẫu hàn rất lớn so với nhiệt độ tại điểm bên trong mẫu hàn (tại $(0,-0.5mm)$, và $(0,-1mm)$). Nhiệt độ tăng lên rất nhanh và có giá trị rất lớn dẫn đến việc xác định giá trị hệ số hấp thụ tại bề mặt hàn là rất khó. Điều này một lần nữa lý giải vì sao đề tài luận án cần phải sử dụng phương pháp ngược để xác định hệ số này.



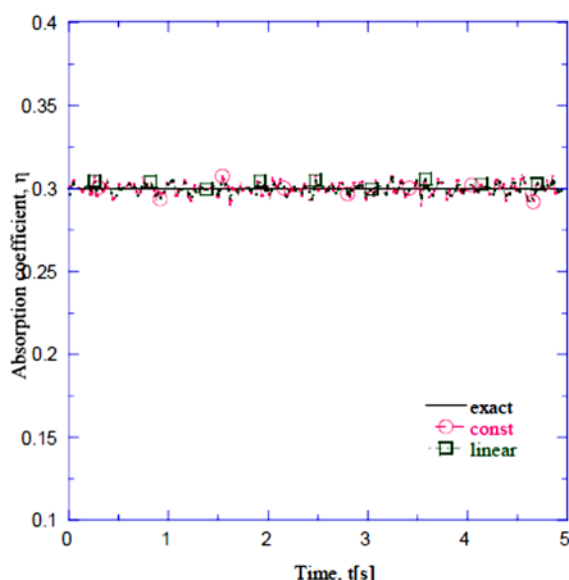
Hình 2.15. Kết quả xác định với $\sigma = 0$, Trường hợp 1

Trong trường hợp xác định ngược giá trị hệ số hấp thu, đề tài luận án sử dụng nhiệt độ đo được từ cảm biến tại vị trí $K(0, -1\text{mm})$. Trước hết đề tài luận án sử dụng giá trị không có sai số của nhiệt độ từ vị trí K để xác định ngược giá trị hệ số hấp thu nhằm đánh giá phương pháp đề xuất. Nghĩa là $\sigma = 0$ được sử dụng trong phương trình (2.72).

Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu được thể hiện ở Hình 2.15a và giá trị nhiệt độ chính xác và nhiệt độ tính toán từ giá trị hệ số hấp thu được xác định ngược tại vị trí cảm biến $K(0, -1\text{mm})$ được thể hiện ở Hình 2.15b.

Từ Hình 2.15, đề tài luận án thấy rằng phương pháp ngược được đề xuất trong công việc này xác định giá trị hệ số hấp thu một cách chính xác trong trường hợp nhiệt độ tại vị trí cảm biến không có sai số (nghĩa là $\sigma = 0$) đối với cả hai mối quan hệ của bước thời gian kế tiếp (quan hệ hằng số và quan hệ tuyến tính như được trình bày trong phương trình (2.63)).

Tiếp theo đề tài luận án sẽ nghiên cứu quá trình xác định ngược với trường hợp nhiệt độ tại vị trí cảm biến K được thêm sai số vào. Trong trường hợp này, giá trị của hệ số hấp thu được xác định ngược có độ lệch so với giá trị chính xác (như Hình 2.16)



Hình 2.16. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu với $\sigma = 1.5$ với $r = 2$

Bảng 2.1 thể hiện sai số tương đối trung bình giữa giá trị hệ số hấp thu được xác định ngược và giá trị hệ số hấp thu chính xác với những trường hợp khác nhau của sai số chuẩn $\sigma = 1, 2$ và bước thời gian kế tiếp $r = 2, 4$.

Bảng 2.1. Sai số tương đối trung bình trong với $\sigma \neq 0$, Trường hợp 1

Trường hợp	Bước thời gian kế tiếp r	
	2	4
Hằng số		
$\sigma = 1$	0.0053	0.0022
$\sigma = 1.5$	0.008	0.0033
Tuyến tính		
$\sigma = 1$	0.0066	0.0041
$\sigma = 1.5$	0.01	0.0044

Từ Bảng 2.1, giá trị sai số tương đối trung bình trong tất cả trường hợp (gồm hai giá trị sai số chuẩn và 2 giá trị bước thời gian kế tiếp, $r = 2$) đều rất nhỏ. Trong đó, với giá trị sai số chuẩn lớn ($\sigma = 1.5$) và bước thời gian kế tiếp là $r = 2$, sai số lớn nhất là 0.01 đối với quan hệ bước thời gian kế tiếp của giá trị hệ số hấp thụ là hằng số. Đồng thời, sai số của giá trị xác định giảm khi số bước thời gian tăng lên và giá trị độ lệch chuẩn giảm. Chẳng hạn, sai số này giảm từ 0.0053 đến 0.0022 (khoảng 58%) khi số bước thời gian tăng từ $r = 2$ đến $r = 4$ đối với quan hệ hằng số trong bước thời gian kế tiếp và giảm từ 0.01 đến 0.0066 (khoảng 66%) khi sai số đo lường giảm từ $\sigma = 1.5$ đến $\sigma = 1$ đối với quan hệ tuyến tính trong bước thời gian kế tiếp.

Như đã trình bày trong mục 2.2, hai loại quan hệ về bước thời gian tương lại được xem xét trong đề tài này. Một là quan hệ hằng số và hai là quan hệ tuyến tính. Do vậy, ảnh hưởng của mỗi quan hệ hằng số và tuyến tính của bước thời gian kế tiếp cũng được so sánh từ Bảng 2.1. Kết quả xác định đã thể hiện rằng độ chính xác của giá trị hệ số hấp thụ đối với quan hệ tuyến tính của bước thời gian kế tiếp tốt hơn đối với quan hệ hằng số.

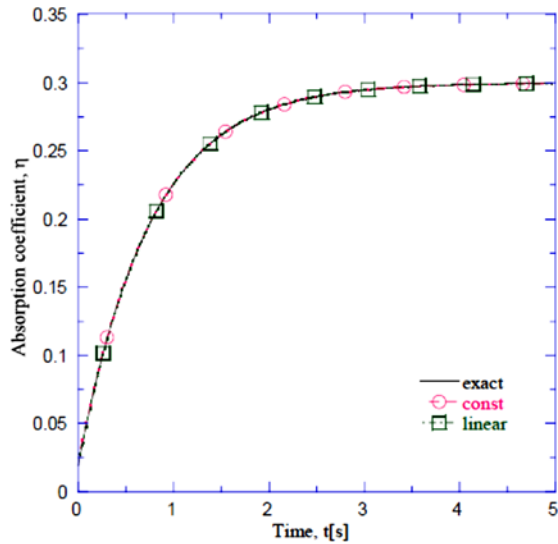
Kết quả giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điểm bằng laser đối với $r = 2$ và $\sigma = 1.5$ cho cả hai lại quan hệ hằng số và tuyến tính cũng được thể hiện trong Hình 2.16. Kết quả trong Hình 2.16 thể hiện rằng giá trị xác định hệ số hấp thụ xấp xỉ rất tốt với giá trị của giá trị hệ số hấp thụ giả định cho trước ($\eta = 0.3$). Trong đó, độ nhấp nhô của kết quả thiết lập đối với quan hệ tuyến tính nhỏ hơn với quan hệ hằng số. Điều này cũng nói lên rằng, sai số thiết lập của quan hệ tuyến tính nhỏ hơn so quan hệ hằng số trong tất cả trường hợp (Bảng 2.1).

b. Trường hợp 2

Trong trường hợp này, hệ số hấp thu được giả sử là một hàm số mũ theo thời gian gia nhiệt (đây là quan hệ thường gặp trong thực tế của hệ số hấp thu) như sau:

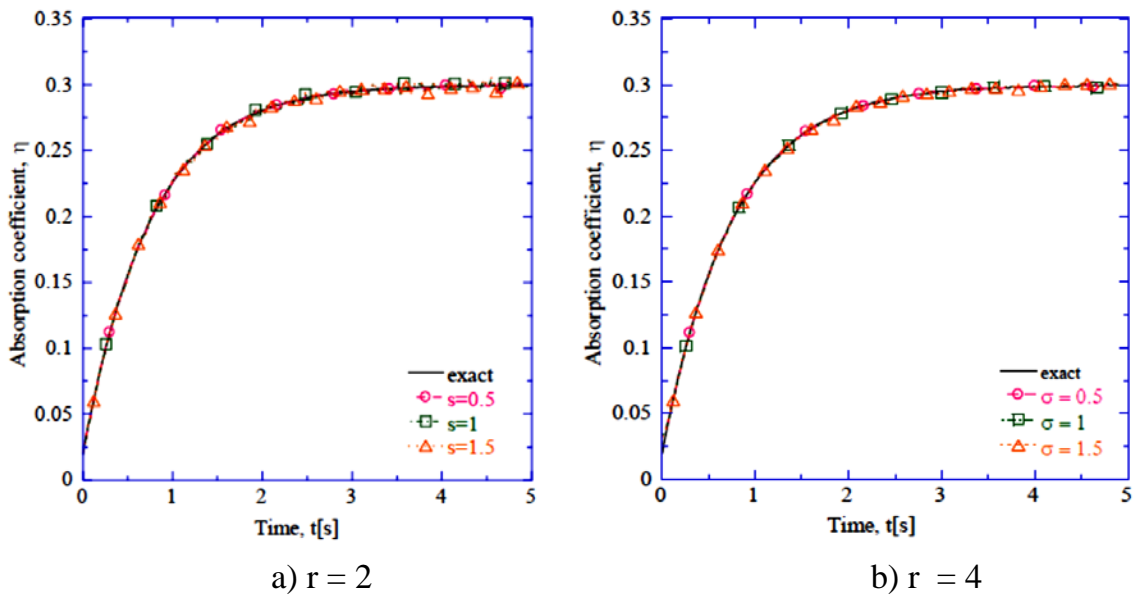
$$\eta(t) = 0.3 \times (1 - 6.5 \times 10^{-1}) \exp\left(-\frac{t-2}{0.75}\right) \quad (2.75)$$

Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu trong trường hợp 2 được thể hiện ở Hình 2.17.



Hình 2.17. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu với $\sigma = 0$ với $r = 2$ trong trường hợp 2

Như vậy, giá trị hấp thu được xác định có kết quả xấp xỉ rất tốt với giá trị chính xác trong trường hợp không có sai số ($\sigma = 0$).



Hình 2.18. Kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu trong trường hợp 2

Hình 2.18 mô tả kết quả xác định giá trị hệ số hấp thu trong trường hợp có sai số đo lường với trường hợp môi quan hệ tuyến tính của bước thời gian kế tiếp với $r = 2$ và $r = 4$.

Một cách tổng thể, ta thấy rằng kết quả xác định được xấp xỉ rất tốt trong trường hợp sai số đo lường được xem xét. Sai số tương đối trung bình trong trường hợp 2 cũng được thể trong Bảng 2.2.

Bảng 2.2. Sai số tương đối trung bình trong với $\sigma \neq 0$, trường hợp 2

Trường hợp	Bước thời gian kế tiếp r	
	2	4
Hằng số		
$\sigma = 0.5$	0.0042	0.0061
$\sigma = 1$	0.0065	0.0072
$\sigma = 1.5$	0.0089	0.0094
Tuyến tính		
$\sigma = 0.5$	0.0071	0.0121
$\sigma = 1$	0.0102	0.0134
$\sigma = 1.5$	0.0133	0.0148

Trong trường hợp 2, giá trị sai số tương đối trung bình với các trường hợp khác nhau của sai số chuẩn, σ và bước thời gian kế tiếp r cũng nhỏ. Chú ý rằng, trong trường hợp 2, giá trị sai số tương đối trung bình không giảm khi số bước thời gian kế tiếp r tăng. Hiện tượng này được gọi là “sai số chỉ dẫn – leading error” như được trình bày bởi Lin [80, 81]. Hiện tượng này xảy ra trong kết quả này là do sự giả sử “tạm thời” của bước thời gian kế tiếp là hằng số và tuyến tính (phương trình (2.63)).

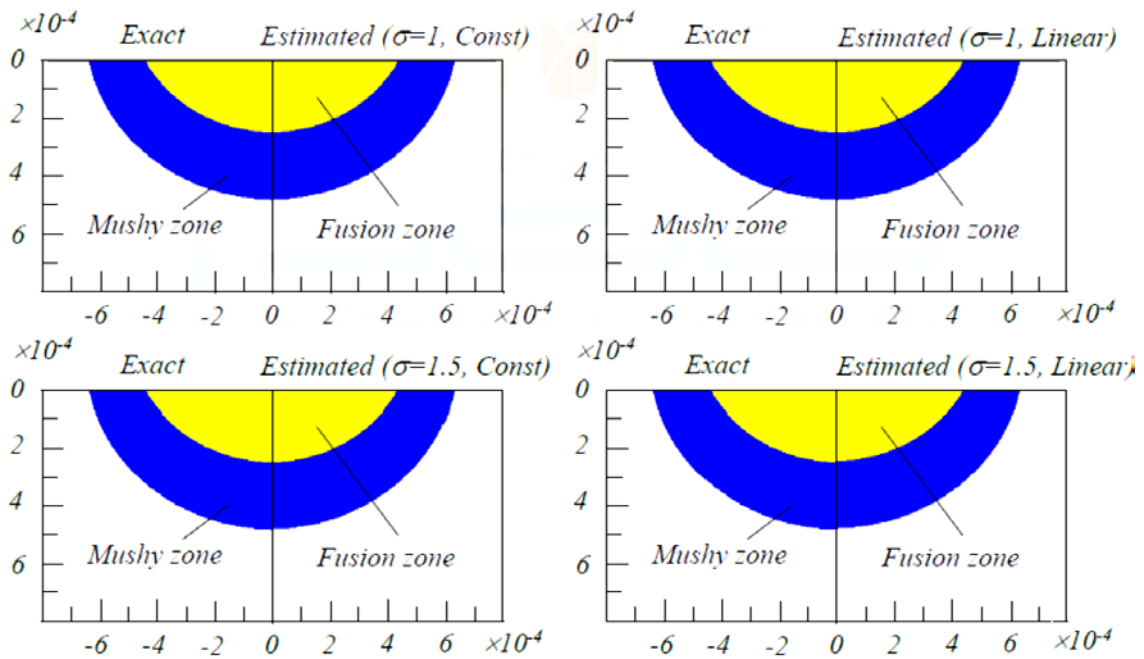
Giả sử tạm thời này không trùng với dạng hàm thực tế của hàm hệ số hấp thu. Do vậy, việc tăng số bước thời gian kế tiếp sẽ dẫn đến sai số lớn trong quá trình xác định ngược. Tuy nhiên, giá trị lớn của r sẽ tăng tính ổn định của quá trình xác định khi sai số đo lường lớn.

Để có giá trị r tối ưu trong quá trình xác định, ta cần sử dụng vài giá trị của r , sau đó so sánh kết quả và chọn giá trị tối ưu.

Đối với hai loại quan hệ hằng số và tuyến tính, trong trường hợp này, quan hệ tuyến tính vẫn cho giá trị chính xác hơn đối với quan hệ hằng số (Bảng 2.2).

Trong quá trình xác định giá trị hệ số hấp thu, đề tài luận án cũng đề cập tiên đoán được kích thước của môi hàn, gồm vùng chuyển pha (mushy zone), vùng chảy hàn (fusion zone).

Các kích thước này ở bước thời gian cuối cùng ($t_f = 5s$) đối với một số trường hợp của $\sigma = 1, r = 2$ và $\sigma = 1.2, r = 2$ được thể hiện trong Hình 2.19.



Hình 2.19. Kích thước chính xác (Exact) và kích thước xác định ngược (Estimated) của mỗi hàn

Bảng 2.3. Chiều rộng và chiều sâu mỗi hàn tại $t = 5s$ trong Trường hợp 2

Trường hợp	Chiều rộng (mm)	Chiều sâu (mm)
$\sigma = 0$	0.4425	0.2375
$\sigma = 1$ (Hằng số)	0.4418	0.2366
$\sigma = 1$ (Tuyến tính)	0.4419	0.2368
$\sigma = 1.5$ (Hằng số)	0.4415	0.2364
$\sigma = 1.5$ (Tuyến tính)	0.4416	0.2365

Bảng 2.4. Sai số chiều rộng và chiều sâu mỗi hàn tại $t = 5s$ trong Trường hợp 2

Trường hợp	Sai số chiều rộng (%)	Sai số chiều sâu (%)
$\sigma = 1$ (Hằng số)	0.158	0.379
$\sigma = 1$ (Tuyến tính)	0.136	0.295
$\sigma = 1.5$ (Hằng số)	0.23	0.46
$\sigma = 1.5$ (Tuyến tính)	0.2	0.42

Hơn nữa, chiều rộng và chiều sâu của mỗi hàn đối với trường hợp $\sigma = 1, r = 2$ và $\sigma = 1.5, r = 2$ được thể hiện trong Bảng 2.3 và phần trăm sai số của các giá trị này (giữa giá trị xác định và giá trị chính xác) được thể hiện trong Bảng 2.4.

Từ các kết quả trong Bảng 2.3 và Bảng 2.4, có thể nói rằng kết quả tiên đoán của kích thước mỗi hàn có một sự xấp xỉ rất tốt với giá trị chính xác trong tất cả trường hợp có sai số đo lường. Bảng 2.4 cho ta thấy rằng độ lệch phần trăm của chiều rộng và chiều sâu mỗi hàn giữa kết quả tiên đoán và kết quả chính xác là rất nhỏ. Cụ thể, sai số lớn nhất là 0.23% đối với chiều rộng mỗi hàn và 0.46% đối với chiều sâu mỗi hàn đối với trường hợp sai số đo lường với độ lệch chuẩn là $\sigma = 1.5$ và với quan hệ hằng số của bước thời gian kế tiếp. Điều này cũng ngụ ý rằng ảnh hưởng của sai số đo lường và số bước thời gian kế tiếp trong việc tiên đoán kích thước mỗi hàn là rất nhỏ.

Từ những kết quả được trình bày trong hai trường hợp trên, có thể nói rằng việc xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ trong hàn điềm bằng phương pháp tuần tự đạt kết quả rất tốt. Hơn nữa, dựa trên kết quả xác định của giá trị hệ số hấp thụ, kích thước mỗi hàn cũng được tiên đoán một cách chính xác.

Chương 3

TỐI ƯU HÓA THÔNG SỐ QUY TRÌNH NHẪM ĐẠT ĐƯỢC KÍCH THƯỚC MỐI HÀN LASER CHO THÉP KHÔNG GỈ AISI 416 VÀ AISI 440FSE BẰNG CÁC THUẬT TOÁN NGẪU NHIÊN

3.1 Thuật toán tối ưu

Trong chương này, đề tài luận án trình bày việc sử dụng ba thuật toán tối ưu GA, JAYA và MDE được lựa chọn để tìm kiếm các thông số hàn laser nhằm đạt được kích thước mối hàn mong muốn.

Cả ba thuật toán đều bắt đầu bằng một quần thể khởi tạo ban đầu ngẫu nhiên, sau đó thực hiện tìm kiếm cá thể tối ưu trong cùng một không gian tìm kiếm.

Số cá thể trong một quần thể là N , đặc trưng của mỗi cá thể là D . $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N]^T$ là quần thể khởi tạo ban đầu, mỗi cá thể \mathbf{X}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) có đặc trưng là $\mathbf{X}_i = [X_{i,1}, X_{i,j}, \dots, X_{i,D}]$. Thông số hàn laser khảo sát bao gồm: công suất laser - Laser Power 'LP' (W), tốc độ hàn - Welding Speed 'WS' (m/min), và đường kính sợi quang - Fiber Diameter 'FD' (μm) hay $D=3$. Chi tiết của ba thuật toán được mô tả bên dưới. Trong tất cả thuật toán, i chạy từ 1 đến N và j chạy từ 1 đến D .

3.1.1 Thuật toán di truyền

Thuật toán di truyền (GA) là một phương pháp tối ưu hóa ngẫu nhiên lấy cảm hứng từ thiên nhiên và rất phù hợp để giải quyết bất kỳ vấn đề tối ưu nào và bất kể loại hàm mục tiêu nào. Thuật toán bắt đầu với 1 quần thể gồm nhiều cá thể được tạo ra ngẫu nhiên, sau đó thực hiện các hoạt động chọn lọc – lai tạo – đột biến để tìm cá thể tối ưu nhất. Các bước thực hiện của thuật toán GA như Bảng 3.1 [82].

Bảng 3.1. Các bước thực hiện thuật toán GA

Bước	Nội dung từng bước
1	Cài đặt hệ số lai tạo (CF) và hệ số đột biến (MF) của thuật toán GA
2	Khởi tạo quần thể \mathbf{X} với N cá thể và mỗi cá thể có D đặc trưng
3	Xét thể hệ thứ nhất: $k=1$

- 4 | Tính giá trị hàm mục tiêu của từng cá thể trong thế hệ thứ k : $F_i^k = f(X_i^k), \forall i$
và tìm vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất $b \in \{1, 2, \dots, N\}$
- 5 | Thực hiện lựa chọn, lai tạo và đột biến để có các cá thể mới trong quần thể:
 $X_i^{k+1}, \forall i$
- 6 | Tính giá trị hàm mục tiêu của từng cá thể trong thế hệ thứ $k+1$:
 $F_i^{k+1} = f(X_i^{k+1}), \forall i$ và nhận dạng vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất
 b_1
- 7 | Nếu $F_{b_1}^{k+1} < F_b^k$ thì $b = b_1$
- 8 | Nếu $k < Maxite$ thì $k = k + 1$ và quay lại bước 5, còn không thực hiện bước 9
- 9 | Xuất cá thể tốt nhất X_b^k

3.1.2 Thuật toán JAYA

Thuật toán JAYA được giới thiệu bởi Rao [83] vào năm 2016. JAYA được phát triển từ thuật toán tối ưu dựa vào quá trình dạy – học (TLBO) và đơn giản hơn TLBO do chỉ yêu cầu hai thông số: số cá thể trong 1 quần thể và số thế hệ. Vì vậy, thuật toán JAYA không cần bất kỳ tham số điều khiển nào. Các bước thực hiện của thuật toán JAYA như Bảng 3.2 [83].

Bảng 3.2. Các bước thực hiện thuật toán JAYA

Bước	Nội dung từng bước
1	Khởi tạo quần thể \mathbf{X} với N cá thể và mỗi cá thể có D đặc trưng
2	Xét thế hệ thứ nhất: $k=1$
3	Tính giá trị hàm mục tiêu của từng cá thể trong thế hệ thứ k : $F_i^k = f(X_i^k), \forall i$ và tìm vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất $best$ và vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất $worst$.
4	Thực hiện chỉnh lại từng cá thể trong quần thể tại thế hệ thứ k theo phương trình sau: $X_{i,j}^k = X_{i,j}^k + r_{1,i}^k (X_{best,j}^k - X_{i,j}^k) - r_{2,i}^k (X_{worst,j}^k - X_{i,j}^k), \quad \forall i, j$ Trong đó, $X_{i,j}^k$ được cập nhật dựa vào $X_{i,j}^k$; $r_{1,i}^k$ và $r_{2,i}^k$ là hai hệ số ngẫu nhiên nằm trong khoảng $[0, 1]$. Thành phần $r_{1,i}^k (X_{best,j}^k - X_{i,j}^k)$ làm cho cá thể hiện tại tiến gần tới cá thể tối ưu. Thành phần $-r_{2,i}^k (X_{worst,j}^k - X_{i,j}^k)$ làm cho cá thể hiện tại tránh xa cá thể xấu.
5	Thực hiện lựa chọn lại những cá thể đã được hiệu chỉnh $\forall i$

$$X_{i,j}^{k+1} = \begin{cases} X_{i,j}^k \forall j & \text{if } f(X_{i,j}^k) < F_i^k \\ X_{i,j}^k \forall j & \text{if } f(X_{i,j}^k) \geq F_i^k \end{cases}$$

- 6 Tính giá trị hàm mục tiêu của từng cá thể trong thế hệ thứ $k+1$: $F_i^{k+1} = f(X_i^{k+1})$, $\forall i$ và tìm vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất *best* và vị trí cá thể có giá trị hàm mục tiêu tốt nhất *worst*.
- 7 Nếu $k < Maxite$ thì $k = k + 1$ và quay lại thực hiện bước 4, còn không thực hiện bước tiếp theo.
- 8 Xuất cá thể tốt nhất X_{best}^k .

3.1.3 Thuật toán MDE

Thuật toán MDE được phát triển dựa trên thuật toán tiến hóa vi sai (thuật toán DE) trong [84] do Storn và Price đề xuất vào năm 1997. Thuật toán DE gồm 5 bước như sau: khởi tạo, đột biến, lai ghép, chọn lọc, hội tụ. Mã code thực hiện thuật toán tiến hóa vi sai cơ bản được mô tả như sau [84]:

Pseudo-code của thuật toán DE

Begin

Initialization

Evaluation

For $G=1$ **to** GEN **do**

For $i=1$ **to** NP **do**

$j_{rand} = \text{randint}(1, D)$

 Select randomly $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$

For $j=1$ **to** D **do**

If $\text{rand}[0,1] < CR$ or $j == j_{rand}$

$u_{i,j,G+1} = x_{r_1,j,G} + F \times (x_{r_2,j,G} - x_{r_3,j,G})$

Else

$u_{i,j,G+1} = x_{i,j,G}$

End if

End for

```

If  $f(\vec{U}_{i,G+1}) \leq f(\vec{X}_{i,G})$  then
     $\vec{X}_{i,G+1} = \vec{U}_{i,G+1}$ 
Else
     $\vec{X}_{i,G+1} = \vec{X}_{i,G}$ 
End if
End for
End for
End

```

Đột biến đóng vai trò quan trọng trong khả năng tìm kiếm và tốc độ hội tụ của thuật toán DE. Có bốn 4 kiểu đột biến đã được giới thiệu cho thuật toán DE với các mục đích khác nhau. Ví dụ, với các kiểu đột biến rand/1, thuật toán DE tìm kiếm toàn cục rất mạnh nhưng yếu trong tìm kiếm cục bộ phương. Sau đó, hội tụ với kết quả tối ưu toàn cục. Đối với kiểu đột biến best/1, thuật toán DE tìm kiếm cục bộ rất tốt, nhưng bị hạn chế khi tìm kiếm toàn cục. Do đó, dễ dàng rơi vào các kết quả tối ưu cục bộ. Dựa trên các phân tích trên, Sơn và đồng nghiệp đã đề xuất thuật toán MDE [85, 86] như sau: đột biến của thuật toán DE được sửa đổi bằng cách kết hợp hai kiểu đột biến rand/1 và best/1 với nhau để tạo vector đột biến thay vì chỉ sử dụng một kiểu đột biến hoặc rand/1 hoặc best /1 như thuật toán DE cơ bản. Cải tiến này nhằm mục đích cân bằng giữa thăm dò toàn cục và khả năng tìm kiếm cục bộ. Kiểu đột biến mới được mô tả như sau:

```

If rand[0,1] > 0.3
     $v_i = x_{r_1} + F(x_{r_2} - x_{r_3})$  % use "rand / 1"
else
     $v_i = x_{best} + F(x_{r_1} - x_{r_2})$  % use "best / 1"
End

```

Từ cơ chế trên, có thể nhận ra rằng đối với mỗi vector đột biến, chỉ một trong hai kiểu đột biến được áp dụng, tùy thuộc vào giá trị ngẫu nhiên được phân bố đều trong phạm vi [0,1]. Đối với mỗi vector đột biến, nếu giá trị ngẫu nhiên lớn hơn 0.3,

thì rand/1 được thực hiện. Ngược lại, best /1 được thực hiện. Do đó, bất kỳ một véc-tơ mẹ ở thế hệ hiện tại thì một véc-tơ đột biến tương ứng luôn thực hiện chiến lược đã đề xuất để có cơ hội nâng cao khả năng thăm dò toàn cục và khai thác cục bộ.

Trong đề tài luận án chọn tỷ lệ 0,7/0,3 cho rand/1 và best/1 là một giá trị cân bằng tốt cho cả thăm dò toàn cục và khả năng khai thác cục bộ. Hệ số đột biến (F) và xác suất lai ghép (CR) không cố định như trong tiêu chuẩn thuật toán DE, chúng được tạo ngẫu nhiên trong phạm vi [0.4, 1] và [0.7, 1], tương ứng.

Mã code của thuật toán MDE được phát triển bởi Sơn và đồng nghiệp trong [85, 86] được mô tả như sau:

Pseudo-code của thuật toán MDE

Begin

Initialization

Evaluation

For $G=1$ to GEN **do**

For $i=1$ to NP **do**

$j_{rand} = \text{randint}(1, D)$

$F = \text{rand}[0:4; 1:0]$, $CR = \text{rand}[0:7; 1:0]$

For $j=1$ to D **do**

If $\text{rand}[0,1] < CR$ or $j == j_{rand}$ **then**

If $\text{rand}[0,1] > \text{threshold}$ **then**

 Select randomly $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$

$u_{i,j,G+1} = x_{r_1,j,G} + F(x_{r_2,j,G} - x_{r_3,j,G})$

Else

 Select randomly $r_1 \neq r_2 \neq best \neq i$

$u_{i,j,G+1} = x_{best,j,G} + F(x_{r_1,j,G} - x_{r_2,j,G})$

End if

Else

$u_{i,j,G+1} = x_{i,j,G}$

End if

End for

If $f(\vec{U}_{i,G+1}^*) \leq f(\vec{X}_{i,G})$ **then**

$$\vec{X}_{i,G+1} = \vec{U}_{i,G+1}^*$$

Else

$$\vec{X}_{i,G+1} = \vec{X}_{i,G}$$

End if

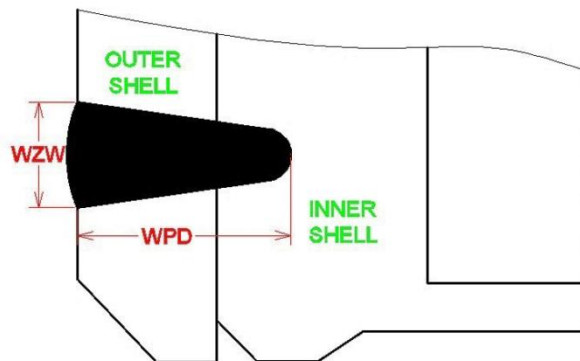
End for

End for

End

3.2. Xây dựng bài toán tối ưu

3.2.1 Khảo sát mối hàn laser



(WZW: Weld Zone Width – Bề rộng mối hàn,

WPD: Weld Penetration Depth – Độ ngấu mối hàn)

Hình 3.1. Thông số đầu ra của mối hàn laser

Vấn đề tối ưu hóa được trình bày trong luận án này dựa trên phân tích được đưa ra bởi Khan [31] về mối hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440 FSe với bề dày 0.55 mm thể hiện trong Hình 3.1. Các thông số quá trình được xem xét trong mô hình tương tự của Khan [31] là công suất laser - Laser Power ‘LP’ (W), tốc độ hàn - Welding Speed ‘WS’ (m/min), và đường kính sợi quang - Fiber Diameter ‘FD’ (μm); và thông số đầu ra là bề rộng mối hàn - Weld Zone Width ‘WZW_{ref}’ (μm) và độ ngấu mối hàn - Weld Penetration Depth ‘WPD_{ref}’ (μm)

Mô hình toán được Khan [31] mã hóa bằng phần mềm thiết kế thử nghiệm trình bày trong phương trình (3.1) và (3.2):

$$WZW = (-221.78917 + 0.26482 \times LP + 21.185 \times WS + 1.265 \times FD) \quad (3.1)$$

$$WPD = (891.94 + 213.06 \times LP - 250.69 \times WS - 93.61 \times FD - 73.75 \times LP \times WS - 26.94 \times LP \times FD + 30.97 \times WS \times FD) \times (1e-4) \quad (3.2)$$

3.2.2 Hàm mục tiêu

Mục tiêu cần thực hiện: đạt được kích thước mỗi hàn (kích thước mỗi hàn được cài đặt trước (WZW_{ref}, WPD_{ref})). Hay nói cách khác, sự chênh lệch giữa độ lớn của kích thước mỗi hàn (WZW, WPD) và kích thước mỗi hàn được đặt trước (WZW_{ref}, WPD_{ref}) thể hiện trong hai hàm mục tiêu của phương trình (3.3).

$$\begin{cases} f_1 = |WZW_{ref} - WZW| \\ f_2 = |WPD_{ref} - WPD| \end{cases} \quad (3.3)$$

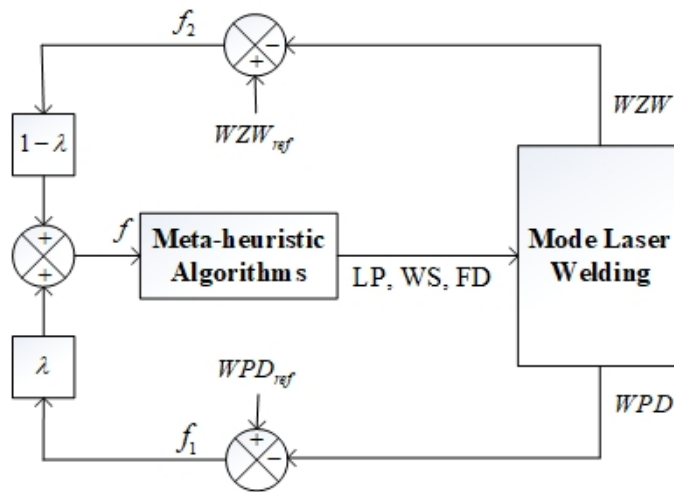
Điều đó có nghĩa là luận án trình bày việc tiến hành tìm giá trị nhỏ nhất của hai hàm mục tiêu f_1 và f_2 . Hay phương trình (3.3) được viết dưới dạng như sau:

$$\begin{cases} f = \lambda \times |WZW_{ref} - WZW| + (1 - \lambda) \times |WPD_{ref} - WPD| \\ WZW_{min} \leq WZW \leq WZW_{max}; WPD_{min} \leq WPD \leq WPD_{max} \end{cases} \quad (3.4)$$

Trong đó, (WZW_{min}, WZW_{max}) và (WPD_{min}, WPD_{max}) : giới hạn của thông số kích thước mỗi hàn, $\lambda (0 < \lambda \leq 1)$: trọng số được chọn ưu tiên giữa phương sai với độ lớn WZW mong muốn (λ tăng) và phương sai với độ lớn WPD mong muốn (λ giảm).

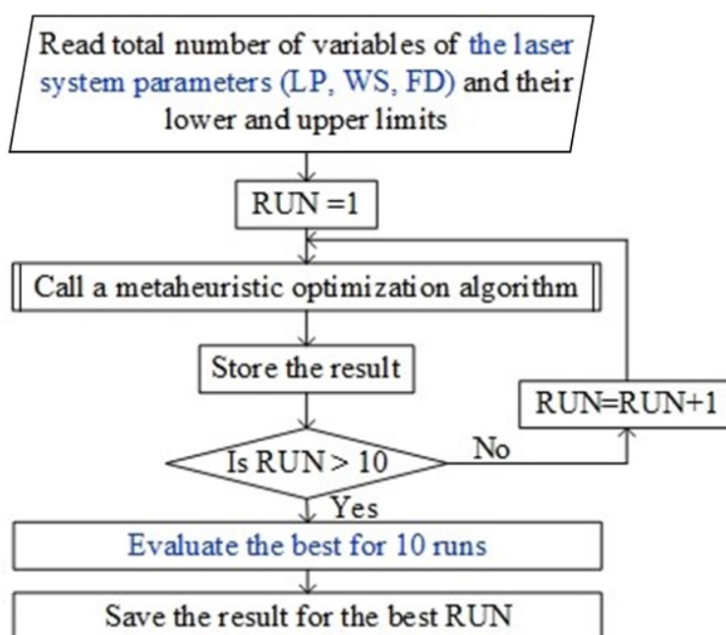
3.2.3. Tham số của các thuật toán và lưu đồ thực hiện tối ưu

Sơ đồ thực hiện tối ưu thông số để kích thước mỗi hàn như mong muốn kết hợp thuật toán tối ưu hóa ngẫu nhiên, được minh họa trong Hình 3.2.



Hình 3.2. Sơ đồ thực hiện tối ưu thông số hàn laser

Để đánh giá hiệu quả của các thuật toán khác nhau, mỗi thuật toán được chạy 10 lần và mỗi lần chạy đều lặp 200 thế hệ, với lưu đồ thuật toán như Hình 3.3.



Hình 3.3. Lưu đồ thuật toán thực hiện tối ưu thông số .

Cả ba thuật toán đều sử dụng kích thước quần thể $N=30$ và mỗi cá thể có 3 đặc trưng $D=3$. Tham số riêng của mỗi thuật toán được lựa chọn như trong Bảng 3.3.

Bảng 3.3. Tham số của các thuật toán GA, JAYA và MDE

Thuật toán	Tham số	Giá trị
GA	Xác suất đột biến	0.2
	Xác suất lai ghép	0.7
JAYA	Không	
MDE	Hệ số đột biến (F)	Random [0.4; 1.0]
	Xác suất lai tạo (CR)	Random [0.7; 1.0]

3.3. Kết quả và thảo luận

Chọn là Rofin DY011 với giới hạn thông số như trong Bảng 3.4.

Bảng 3.4. Giới hạn thông số của

Thông số	Cận dưới	Cận trên
LP - Laser Power – Công suất laser	800 (W)	1100 (W)
WS - Welding Speed – Tốc độ hàn	4.5 (m/min)	7.0 (m/min)
FD - Fiber Diameter – Đường kính sợi quang	300 (μm)	400 (μm)

Vật liệu thực hiện mỗi hàn là thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe với bề dày là 0.55 mm. Kích thước mong muốn cài đặt cho mỗi hàn là $(WZW_{ref} = 570\mu\text{m}, WPD_{ref} = 840\mu\text{m})$.

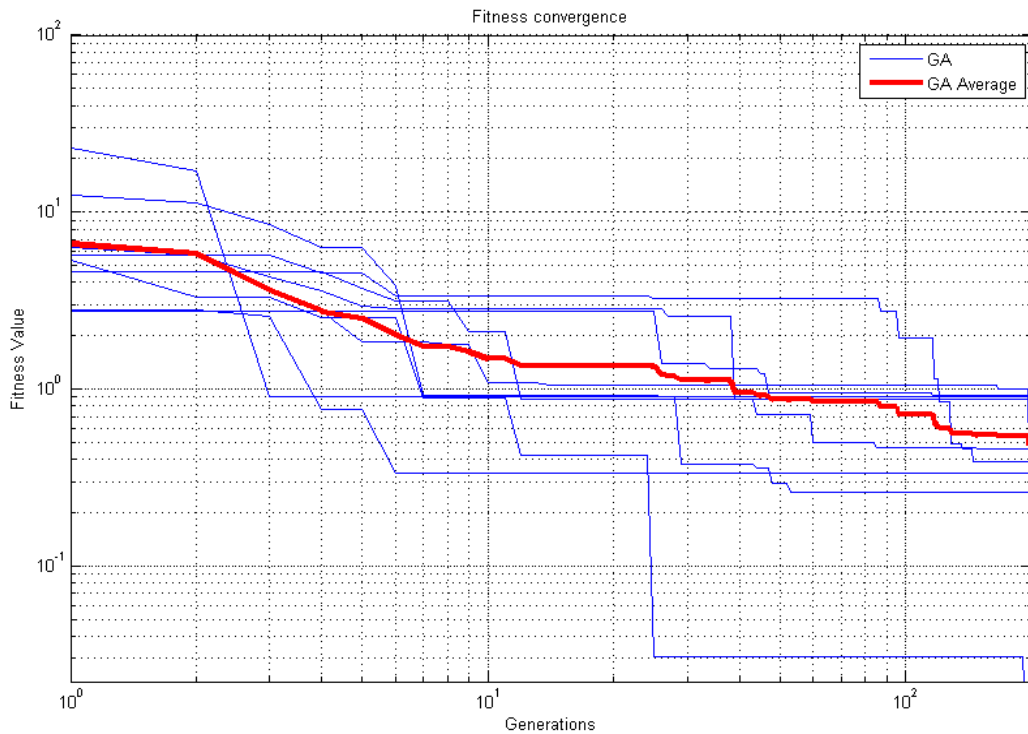
3.3.1. Thuật toán GA

Trọng số λ sử dụng trong phương trình (3.4) là 0.1

Bảng 3.5 trình bày giá trị thông số tối ưu và giá trị tốt nhất hàm mục tiêu của 10 lần chạy, Hình 3.4 minh họa giá trị trung bình của hàm mục tiêu f sau 10 lần chạy của thuật toán

Bảng 3.5. Giá trị thông số đầu vào được tối ưu và giá trị tốt nhất của hàm mục tiêu sau 10 lần chạy

Số lần chạy	Thông số đầu vào được tối ưu			Giá trị hàm mục tiêu đạt tối ưu f (μm)
	LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)	
1	908.99	6.11	335.46	0.2599
2	943.69	6.27	322.46	0.2599
3	967.60	6.10	314.57	0.8741
4	920.25	5.62	332.43	0.9060
5	917.90	5.61	333.35	0.9151
6	927.37	6.40	327.94	0.4590
7	941.15	6.49	322.80	0.3359
8	911.00	6.14	334.59	0.4152
9	981.12	6.66	308.76	0.0222
10	942.22	6.31	322.99	0.3915



Hình 3.4. Giá trị trung bình của hàm mục tiêu f

Bảng 3.6. trình bày so sánh giữa thông số đã tối ưu bằng các thuật toán và kết quả thực nghiệm xác nhận I của Khan [31]

Bảng 3.6. So sánh giữa thông số đã tối ưu và kết quả thực nghiệm

$WZW_{ref}=570 \mu m$ và $WPD_{ref}=840 \mu m$			
	LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)
Kết quả của Khan [31]	1000	7.0	300
Kết quả của luận án	981.12	6.66	308.76
Sai số (%)	-1.89	-4.80	2.92

Kết quả luận án được so sánh với kết quả thí nghiệm xác nhận I của Khan [31] có sai số không quá 5%, được trình bày chi tiết trong Bảng 3.6. Cụ thể, sai số của các tham số đầu vào LP, WS và FD so với kết quả của Khan giá trị tương ứng là 1,89%, 4,80% và 2,92%.

3.3.2. Thuật toán GA, JAYA và MDE

Trọng số λ sử dụng trong phương trình (3.4) là 0.5

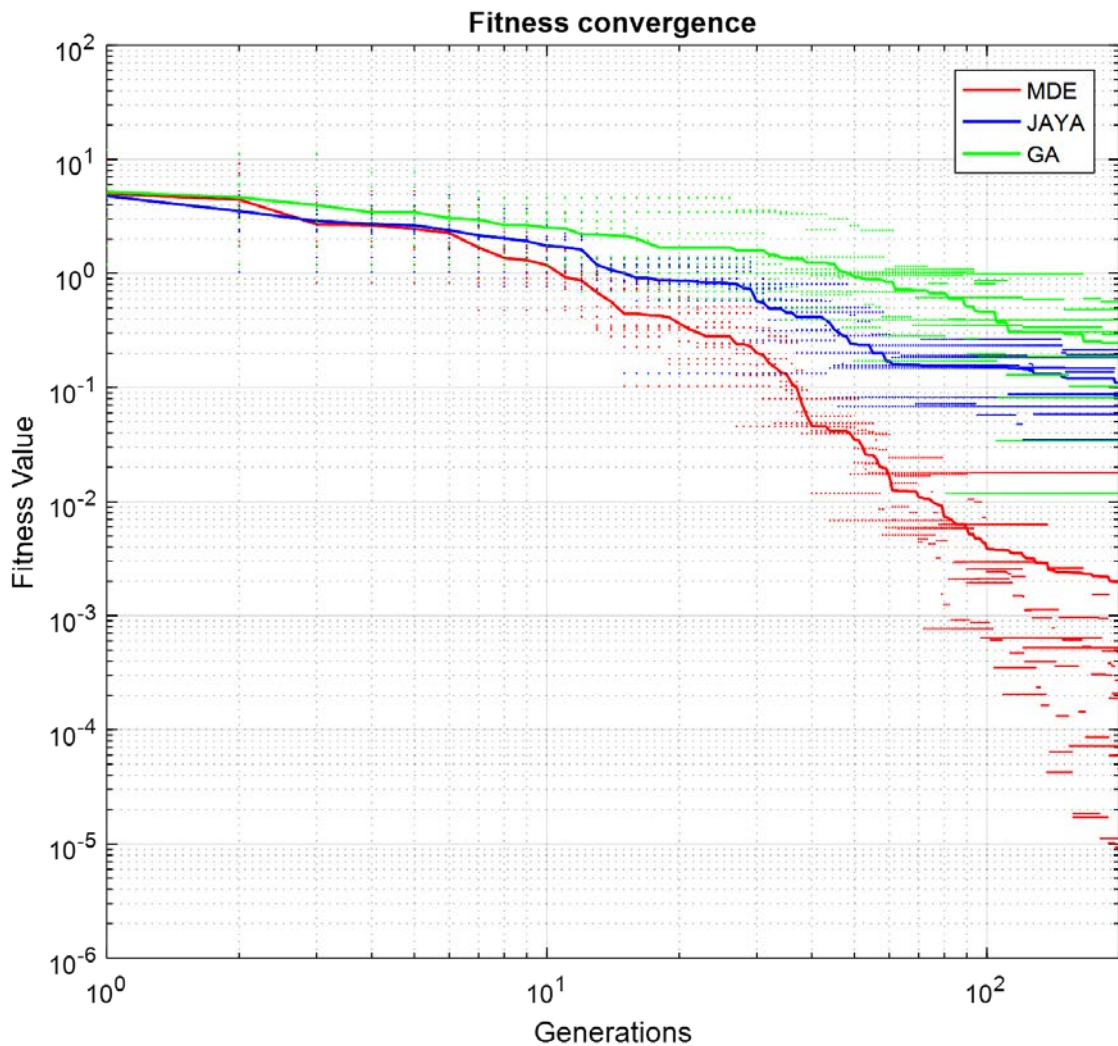
Bản chất toán học của các thuật toán tối ưu GA, JAYA và MDE đều là thuật toán tìm kiếm theo xác suất nên mỗi thuật toán thực hiện huấn luyện 10 lần khác nhau, mỗi lần huấn luyện sẽ lặp 200 lần ($N=200$) với cùng kích thước quần thể ($NP=30$) và cùng số lượng các biến ($n=3$). Đối với GA có các đề xuất như sau: đột biến đều, chọn lọc tỉ lệ, lai ghép 2 điểm, xác suất đột biến (p_M) được lựa chọn 0.2, xác suất lai ghép (p_C) được lựa chọn 0.7. Đối với MDE được lựa chọn là: hệ số đột biến (F) và xác suất lai ghép (CR) được chọn ngẫu nhiên trong khoảng [0.4; 1.0] và [0.7; 1.0] cho từng cá thể trong mỗi lần lặp.

Giá trị tham số của thuật toán GA, JAYA và MDE được trình bày trong Bảng 3.3

Bảng 3.7 trình bày giá trị thông số tối ưu và giá trị tốt nhất hàm mục tiêu của 10 lần chạy tương ứng với 3 thuật toán GA-JAYA-MDE, Hình 3.5 minh họa giá trị trung bình của hàm mục tiêu f sau 10 lần chạy của từng thuật toán (GA: màu xanh lá cây, JAYA: màu xanh dương, MDE: màu đỏ).

Bảng 3.7. Giá trị thông số đầu vào được tối ưu và giá trị tốt nhất của hàm mục tiêu sau 10 lần chạy

Số lần chạy	Thuật toán	Thông số đầu vào được tối ưu			Giá trị hàm mục tiêu đạt tối ưu $f(\mu m)$
		LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)	
1	GA	844.14	5.08	364.15	0.2919
	JAYA	930.97	6.19	327.12	0.0817
	MDE	881.92	5.61	347.23	5.91e-05
2	GA	902.20	5.86	338.69	0.1026
	JAYA	943.31	6.33	322.35	0.0585
	MDE	870.42	5.45	352.30	0.0002
3	GA	968.21	6.56	313.28	0.0339
	JAYA	1005.80	6.87	300.31	0.1841
	MDE	825.25	4.74	373.61	0.0002
4	GA	889.65	5.71	343.86	0.0814
	JAYA	1007.24	6.86	300	0.0882
	MDE	856.85	5.25	358.46	9.34e-06
5	GA	867.79	5.40	353.78	0.3083
	JAYA	956.56	6.47	317.44	0.2135
	MDE	988.92	6.73	306.05	3.07e-06
6	GA	894.23	5.74	342.18	0.3919
	JAYA	971.01	6.58	312.31	0.0682
	MDE	913.82	6.01	333.87	0.0004
7	GA	864.75	5.37	354.57	0.5660
	JAYA	810.89	4.50	380.83	0.0841
	MDE	901.90	5.87	338.75	0.0005
8	GA	893.07	5.74	342.88	0.4838
	JAYA	839.47	4.99	366.59	0.0872
	MDE	965.77	6.54	314.13	0.0001
9	GA	919.62	6.08	331.55	0.0118
	JAYA	843.65	5.05	364.62	0.0350
	MDE	991.82	6.76	305.05	0.0180
10	GA	884.84	5.64	346.11	0.1871
	JAYA	847.98	5.14	362.49	0.1944
	MDE	837.43	4.95	367.63	4.57e-05



Hình 3.5. Giá trị trung bình của hàm mục tiêu f

Dựa trên các kết quả mô tả ở Hình 4.5 cho thấy rằng: thuật toán MDE tìm kiếm được điểm tối ưu có giá trị trung bình là $0.001985485 \mu m$, trong khi đó thuật toán JAYA tìm kiếm được điểm tối ưu có giá trị trung bình là $0.109538035 \mu m$ và thuật toán GA tìm kiếm được điểm tối ưu có giá trị trung bình là $0.2459108 \mu m$.

Như vậy thuật toán MDE có chất lượng và hiệu quả vượt trội so với các thuật toán JAYA và GA.

Dựa vào Bảng 3.7, giá trị tối ưu của bộ thông số thỏa mục tiêu sau 10 lần chạy với từng thuật toán MDE, YAJA và GA được trình bày trong Bảng 3.8.

Bảng 3.8. Bộ thông số tối ưu với từng thuật toán

Thuật toán	Thông số đầu vào được tối ưu			Giá trị hàm mục tiêu đạt tối ưu $f(\mu m)$
	LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)	
GA	919.62	6.08	331.55	0.0118
JAYA	843.65	5.05	364.62	0.0350
MDE	988.92	6.73	306.05	3.07e-06

Bảng 3.9 trình bày so sánh giữa thông số đã tối ưu bằng các thuật toán và kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] và thuật toán MDE cho sai số nhỏ nhất.

Bảng 3.9. So sánh giữa thông số đã tối ưu và kết quả thực nghiệm

$WZW_{ref}=570 \mu m$ và $WPD_{ref}=840 \mu m$				
		LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)
Kết quả của Khan [31]		1000	7.0	300
Sai số (%)	GA	-8.03	-13.14	10.51
	JAYA	-15.70	-27.80	21.54
	MDE	-1.10	-3.85	2.01

Bảng 3.10 trình bày giá trị tối ưu của bộ thông số và so sánh với kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] trong 2 trường hợp có kích thước mỗi hàn khác nhau sử dụng thuật toán MDE với sai số dưới 10%.

Bảng 3.10. Bộ tham số tối ưu

Thuật toán MDE				
		LP (W)	WS (m/min)	FD (μm)
$WZW_{ref}=660 \mu m$ $WPD_{ref}=634 \mu m$	Kết quả của Khan [31]	900.00	6.50	400.00
	Kết quả của luận án ($\lambda = 0.9$)	859.05	6.99	399.99
	Sai số (%)	-4.5	7.5	0.0025
$WZW_{ref}=485 \mu m$ $WPD_{ref}=939 \mu m$	Kết quả của Khan [31]	850.00	5.000	300.00
	Kết quả của luận án ($\lambda = 0.9$)	875.90	4.501	300.01
	Sai số (%)	3.04	-9.9	3.3e-3

Tóm lại, các kết quả mô phỏng và thực nghiệm cho thấy, với thông số đầu vào: công suất laser - Laser Power ‘LP’ (W), tốc độ hàn - Welding Speed ‘WS’ (m/min), và đường kính sợi quang - Fiber Diameter ‘FD’ (μm) được tối ưu nhằm đạt được kích thước mỗi hàn theo ý muốn (WZW_{ref}, WPD_{ref}), nhờ sử dụng thuật toán MDE có tính khả thi cao.

Chương 4
ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY
PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN
VỚI h- REFINEMENT VÀ p- REFINEMENT
CHO MÔI HÀN GIÁP MÔI THÉP AISI 1018 BẰNG LASER

4.1. Sai số, tốc độ hội tụ và độ tin cậy trong xấp xỉ phần tử hữu hạn [87 – 94]

4.1.1. Sai số

Để đi tìm các nghiệm yếu của một bài toán vật lý, các phương pháp xấp xỉ được mô tả dưới dạng một phương trình hay hệ phương trình vi phân. Thông thường thì không dễ dàng tính tích phân trực tiếp các phương trình vi phân này để tìm nghiệm (nghiệm mạnh). Phương pháp phần tử hữu hạn là phương pháp xấp xỉ dựa trên cơ sở của công thức biến phân để tìm nghiệm yếu (nghiệm gần đúng của bài toán). Điều này không tránh khỏi những sai số:

- ✓ Sai số biên: sai số do xấp xỉ miền hình học bài toán
- ✓ Sai số tính toán: sai số khi tính các tích phân số trong ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, vector tải, ... trên các điểm Gauss và sai số tính toán trên máy tính.

- ✓ Sai số xấp xỉ: sai số từ việc xấp xỉ nghiệm.

Trong các bài toán thường gặp, bao gồm các loại sai số theo chuẩn sau:

➤ *Sai số trên trường chuyển vị:*

Được định nghĩa là sự chênh lệch giữa trường chuyển vị chính xác và phần tử hữu hạn.

$$(e_h)_u = u - u_h \quad (4.1)$$

➤ *Sai số trên trường ứng suất:*

Được định nghĩa là sự chênh lệch giữa trường ứng suất thực và kết quả phần tử hữu hạn.

$$(e_h)_\sigma = \sigma - \sigma_h \quad (4.2)$$

Dựa trên nguyên lý cực tiểu năng lượng nên hiển nhiên sai số thường được đo trên chuẩn năng lượng.

$$\|e_h\|_{\Omega_e} = \left(\int_{\Omega_e} (e_h)_\sigma^T H^{-1} (e_h)_\sigma d\Omega \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

Trong đó: Ω_e là miền khảo sát trên phần tử.

Vậy sai số toàn miền có dạng:

$$\|e_h\|_{\Omega} = \left(\int_{\Omega} (e_h)_\sigma^T H^{-1} (e_h)_\sigma d\Omega \right)^{1/2} = \left(\sum_{e=1}^n \|e_h\|_{\Omega_e}^2 \right)^{1/2} \quad (4.4)$$

Với n là số phần tử.

Trong hầu hết các trường hợp, lời giải chính xác là chưa biết và sai số phải được đánh giá.

Nếu gọi ε_e là sai số đánh giá trên phần tử .

$$\varepsilon_e \approx \|e_h\|_{\Omega_e} \quad (4.5)$$

Sai số đánh giá cho toàn miền:

$$\varepsilon \approx \|e_h\|_{\Omega} \quad (4.6)$$

Định nghĩa sai số tương đối:

$$\eta = \frac{\|e_h\|_{\Omega}}{\|u_h\|_{\Omega}} \quad (4.7)$$

Tuy nhiên trong thực tế, thường dùng công thức gần đúng sau để thay cho (4.7):

Mức độ toàn miền:

$$\tilde{\eta} \approx \frac{\varepsilon}{\sqrt{\|u_h\|_{\Omega}^2 + \varepsilon^2}} \quad (4.8)$$

Mức độ phần tử:

$$\tilde{\eta} \approx \frac{\varepsilon_e}{\sqrt{\|u_h\|_{\Omega_e}^2 + \varepsilon_e^2}} \quad (4.9)$$

4.1.2. Tiêu chuẩn hội tụ

❖ Tốc độ hội tụ đại số:

$$\|e\|_{E(\Omega)} = \|u_{EX} - u_{FE}\|_{E(\Omega)} \leq \frac{k}{N^\beta} \quad (4.10)$$

❖ Tốc độ hội tụ dạng hàm mũ với cơ số e:

$$\|e\|_{E(\Omega)} = \|u_{EX} - u_{FE}\|_{E(\Omega)} \leq \frac{k}{\exp(\gamma N^\theta)} \quad (4.11)$$

Trong đó: k, β, γ, θ là các hằng số dương và N là số bậc tự do.

a. Sơ đồ ngoại suy Richardson:

Một trong những kỹ thuật đánh giá sai số và tốc độ hội tụ của phương pháp phân tử hữu hạn dựa trên sơ đồ ngoại suy Richardson được định nghĩa dựa trên sự khác biệt giữa năng lượng biến dạng chính xác và năng lượng biến dạng của phân tử hữu hạn [95, 96].

- Năng lượng biến dạng chính xác:

$$U = \frac{1}{2} \|u\|_{\Omega}^2 \quad (4.12)$$

- Năng lượng biến dạng phân tử hữu hạn:

$$U_h = \frac{1}{2} \|u_h\|_{\Omega}^2 \quad (4.13)$$

✚ *Thủ tục của sơ đồ ngoại suy Richardson cho h-refinement gồm các bước sau:*

Bước 1: Chọn trước một luật hội tụ cho sai số toàn miền, luật này thường viết dưới dạng đơn giản sau:

$$U - U_h = C \left(\frac{1}{N} \right)^{2r_c} \quad (4.14)$$

N: là số bậc tự do

C: hằng số

r_c : tốc độ hội tụ của sai số

Bước 2: Sử dụng sơ đồ ngoại suy 3 điểm cho 3 lưới phần tử hữu hạn tương ứng (U_{hi} , N_i).

Bước 3: Xác định 3 đại lượng chưa biết U, C, r_c bằng việc cực tiểu hóa phiếm hàm sau:

$$I = \sum_{i=1}^m \left(U - U_{h,i} - C \left(\frac{1}{N_i} \right)^{2r_c} \right)^2 \quad (4.15)$$

m: là số nghiệm.

Để thu được lời giải tốt ta cần chú ý các điểm sau:

- ✓ Rời rạc m nghiệm theo đường lối đều (đủ mịn).
- ✓ Việc lựa chọn sự rời rạc có thể bằng cách tăng bậc đa thức để tránh nhiễu loạn trên biên và đảm bảo sự liên tục qua biên phần tử.
- ✓ Đòi hỏi phải có ít nhất là 3 lưới phần tử hữu hạn.
- ✓ Đánh giá sai số phải mang ý nghĩa toàn miền.
- ✓ Phương pháp không thể áp dụng cho mô hình Hybrid (phương trình mất cân bằng).

⇒ Kỹ thuật này luôn luôn cho kết quả tốt và đặc biệt khi không biết lời giải chính xác.

✚ Thủ tục của sơ đồ ngoại suy Richardson cho p- refinement:

Công thức (4.12) trong trường hợp này

$$U - U_h = \frac{C}{\exp(\gamma N^\theta)} \quad (4.16)$$

Các bước tiến hành hoàn toàn tương tự như h- refinement

b. Giải thuật sơ đồ ngoại suy qua 3 điểm Richardson:

Nhập vào: $[N] = [N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_n]^T$ - Số bậc tự do tương ứng lưới thứ i;

Nhập vào: $[U_h] = [U_{h_1} \quad U_{h_2} \quad \dots \quad U_{h_n}]^T$ - Log₁₀ (Năng lượng biến dạng)

tương ứng với lưới thứ i;

Nhập vào: step – số khoảng cần chia trên trục N;

$$x = \left[N_1 : \frac{N_n - N_1}{step} : N_n \right]; \quad y = [\quad];$$

for $i = 1 \rightarrow (n - 2)$

$$err = \sqrt{\left(\frac{N_i^{-2r_c} - N_{i+1}^{-2r_c}}{N_{i+1}^{-2r_c} - N_{i+2}^{-2r_c}} - \frac{U_{h_i} - U_{h_{i+1}}}{U_{h_{i+1}} - U_{h_{i+2}}} \right)^2};$$

$$r_{c,i} = r_{c,i} \Big|_{err \rightarrow \min};$$

$$C_i = \frac{(U_{h_i} - U_{h_{i+1}})(N_i N_{i+1})^{2r_{c,i}}}{N_i^{2r_{c,i}} - N_{i+1}^{2r_{c,i}}};$$

$$U_i = U_{h_i} + C_i N_i^{-2r_{c,i}};$$

$$y = [y; U_i - C_i x^{-2r_{c,i}}];$$

end

4.1.3. Độ tin cậy

Nhằm đo độ tin cậy của các kỹ thuật đánh giá, bao gồm các đại lượng sau:

✚ *Chỉ số hiệu dụng*

Cấp độ phân tử:

$$\theta_e = \frac{\varepsilon_e}{\|e_h\|_{\Omega_e}} \quad (4.17)$$

Cấp độ toàn miền:

$$\theta = \frac{\varepsilon}{\|e_h\|_{\Omega}} \quad (4.18)$$

✚ *Chỉ số đều*

$$SD = \left[\frac{1}{n} \sum_{e=1}^n (\theta_e - \bar{\theta})^2 \right]^{1/2} \quad (4.19)$$

Trong đó $\bar{\theta}$ là giá trị trung bình của θ

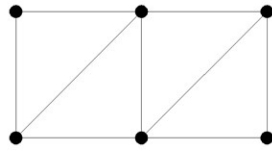
Một kỹ thuật đánh giá tin cậy nếu : với $1 \leq \eta (\%) \leq 10$, $0.8 \leq \theta \leq 1.2$, lúc đó $SD \leq 0.2$ ([94]).

4.2. Phân tích phần tử hữu hạn với h- refinement; p- refinement cho bài toán 2 chiều [97 – 99]

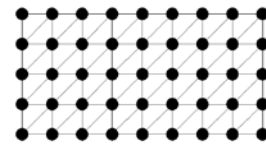
4.2.1. Giới thiệu

Khi mô hình hóa một vấn đề bằng phân tích phần tử hữu hạn, điều rất quan trọng là kiểm tra xem giải pháp đã hội tụ hay chưa? Để thực hiện điều đó, cần có một vài giải pháp giải quyết cùng một vấn đề đặt ra. Nếu kết quả giải pháp không thay đổi nhiều (chênh lệch ít hơn vài phần trăm) so với yêu cầu thì giải pháp được xem là hội tụ. Hiện tại, có một vài phương pháp được sử dụng để chứng minh sự hội tụ số: h- refinement, p- refinement và h- p- refinement; ...

h- refinement: Cải thiện kết quả bằng cách sử dụng lưới mịn hơn cùng loại phần tử. Phương pháp này đề cập đến việc giảm độ dài đặc trưng (h) của các phần tử, chia mỗi phần tử hiện có thành hai hoặc nhiều phần tử mà không thay đổi loại phần tử được sử dụng.

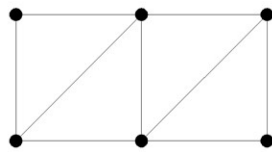


Lưới ban đầu

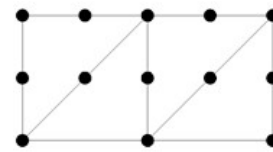


h- refinement

p- refinement: Cải thiện kết quả bằng cách sử dụng cùng một lưới nhưng tăng độ chính xác của trường chuyển vị trong mỗi phần tử. Phương pháp này đề cập đến việc tăng mức độ đa thức hoàn chỉnh cao nhất (p) trong một phần tử mà không thay đổi số lượng phần tử được sử dụng.

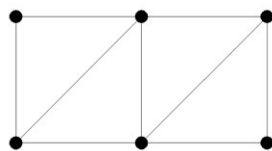


Lưới ban đầu

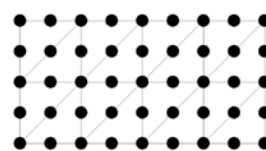


p-refinement

h- p- refinement: Kết hợp giữa h- refinement và p- refinement.



Lưới ban đầu

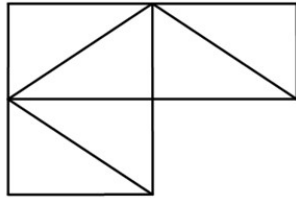


h- p- refinement

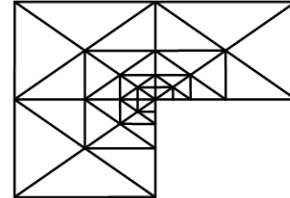
Trong bài toán một chiều, sai số biên không gặp phải vì miền bài toán là đường thẳng. Như vậy, việc xấp xỉ miền là không cần thiết. Trong bài toán hai chiều, chẳng hạn miền bài toán là hình chữ nhật, thì sai số xấp xỉ miền là tồn tại

trong phương pháp phần tử hữu hạn. Để hạn chế bớt các sai số biên, sai số tính toán, sai số xấp xỉ, cần phải đưa ra các điều kiện adaptive/thích nghi để tăng độ chính xác bài toán phần tử hữu hạn.

h- adaptive/thích nghi, p- adaptive, h- p- adaptive: Lưới phần tử hữu hạn được chia thật mịn ở những vùng cần quan tâm (vùng tập trung ứng suất, vết nứt,...), ở các vùng khác thì chia lưới thưa hơn để giảm bớt khối lượng tính toán.



Lưới ban đầu

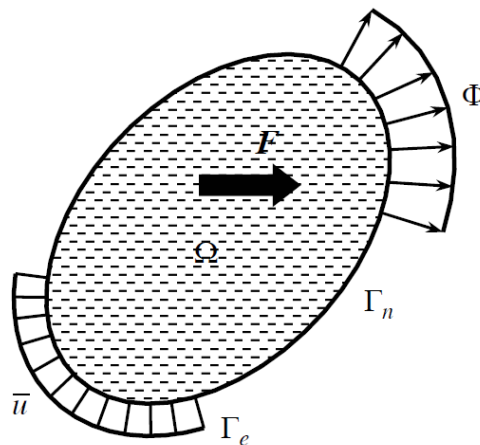


h-/p-/h- p- adaptive

4.2.2. Phân tích phần tử hữu hạn với h- refinement và p- refinement cho bài toán 2 chiều

a. Các bước tổng quát

Xét vật thể đàn hồi tuyến tính Ω chịu tải F , tải phân bố Φ trên biên tự nhiên Γ_n và chuyển vị cưỡng bức \bar{u} trên biên chính Γ_e như Hình 4.1



Hình 4.1. Mô hình vật lý

Các phương trình phần tử hữu hạn có thể thu được bằng các bước sau.

❖ *Xấp xỉ trường chuyển vị:*

Nếu gọi $\{d\}$ là vectơ chuyển vị nút (ẩn sơ cấp), trường chuyển vị phần tử hữu hạn khả dĩ động có thể định nghĩa bởi phép xấp xỉ sau:

$$\{u\} = [N]\{d\} = \sum_n [N_i]\{d_i\} \quad (4.20)$$

Trong đó $[N]$ là vectơ các hàm dạng liên kết tại nút, xây dựng trên cơ sở đa thức *Lagrange*.

❖ *Viết các phương trình tương thích:*

Vectơ biến dạng $\{\varepsilon\}$ liên kết với trường chuyển vị $\{u\}$ và vectơ chuyển vị nút bởi mối quan hệ:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} = [L][N]\{d\} = [S]\{d\} \quad (4.21)$$

Trong đó: $[L]$: toán tử vi phân

$[S]$: ma trận biến dạng

❖ *Viết các phương trình ứng xử vật liệu:*

Định luật Hooke cho bài toán đàn hồi tuyến tính có dạng:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} = [E][B]\{d\} = [T]\{d\} \quad (4.22)$$

Trong đó: $[E]$: ma trận Hooke,

$[T]$: ma trận tính ứng suất.

❖ *Tính năng lượng biến dạng:*

$$U(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} d\Omega = \frac{1}{2} \{d\}^T \int_{\Omega} \{B\}^T [E] \{B\} d\Omega \{d\} = \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} \quad (4.23)$$

$$\text{Với ma trận độ cứng toàn miền } [K] = \int_{\Omega} \{B\}^T [E] \{B\} d\Omega \quad (4.24)$$

❖ *Tính công của ngoại lực:*

$$\begin{aligned} W(u) &= - \int_{\Omega} \{q\}^T \{F\} d\Omega - \int_{\Gamma_n} \{q\}^T \Phi d\Gamma \\ &= - \{q\}^T \left[\int_{\Omega} \{N\}^T \{F\} d\Omega + \int_{\Gamma_n} \{N\}^T \Phi d\Gamma \right] = - \{q\}^T \{g\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\text{Với vectơ tải trọng nút } \{g\} = \left[\int_{\Omega} \{N\}^T \{F\} d\Omega + \int_{\Gamma_n} \{N\}^T \Phi d\Gamma \right] \quad (4.26)$$

❖ *Tính năng lượng tổng:*

$$\pi(u) = U(u) + W(u) = \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} - \{d\}^T \{g\} \quad (4.27)$$

❖ *Áp dụng nguyên lý cực tiểu năng lượng:*

Lời giải phần tử hữu hạn (biến sơ cấp) nhận được bằng cách cực tiểu phiếm hàm trong (4.27) theo $\{d\}$

$$\underset{\{d\}}{\text{Min}} \pi(u) \quad (4.28)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \pi}{\partial \{d\}} = [K]\{d\} - \{g\} = 0 \quad (4.29)$$

Công thức (4.29) tạo ra hệ phương trình cân bằng cho hệ khi phân tích với mô hình khả dĩ động.

$$\Leftrightarrow [K]\{d\} = \{g\} \quad (4.30)$$

Công thức (4.11) là một hệ phương trình tuyến tính. Ta giải (4.30) theo ẩn $\{d\}$ tìm được vectơ chuyển vị nút $\{d\}$. Sử dụng các quan hệ (4.21), (4.22) tìm được các đại lượng khác như ứng suất, biến dạng.

b. Trường chuyển vị

➤ h-refinement

Xét hàm xấp xỉ đơn giản nhất ở dạng tuyến tính (tương ứng là song tuyến tính hoặc tam giác phẳng và các phần tử rắn), trường chuyển vị phần tử $\{u_h\}$ có thể viết [100]:

$$\{u_h\} = \sum_{i=1}^n N_i d_i = [N_i]\{d_i\} \quad (4.31)$$

Trong đó: i : chỉ số quan hệ các nút

$[N_i]$: Hàm dạng bậc 1

$\{d_i\}$: vector chuyển vị nút

n : số nút

Bằng cách sử dụng nguyên lý công ảo, quan hệ ứng xử vật liệu và trường chuyển vị xấp xỉ theo phương trình phần tử hữu hạn là:

$$[k_{ii}]\{d_i\} = \{g_i\} \quad (4.32)$$

Trong đó: $[k_{ii}]$: ma trận độ cứng phần tử

$\{g_i\}$: vector tải phần tử

$[k_{ii}]$ và $\{g_i\}$ tương ứng với hàm dạng bậc 1 $[N_i]$

➤ p-refinement

Trường chuyển vị của phần tử tương tự như phương trình (4.31) và phương trình phân tử hữu hạn tương ứng có thể được viết [101]:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n N_i d_i + \sum_{j=1}^s N_{h,j} d_{h,j} = [N_i] \{d_i\} + [N_h] \{d_h\} \quad (4.33)$$

Và các phương trình cân bằng (4.33) trở thành.

$$\begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ih} \\ k_{ih}^T & k_{hh} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_i \\ d_h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_h \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

Trong đó: $[N_i]$ là các hàm dạng như trong (4.20),

$[N_h]$ là các hàm dạng *Hierarchical*,

$\{d_h\}$ là vectơ chuyển vị p ,

$[k_{ih}]$, $[k_{hh}]$ và $\{f_h\}$ lần lượt là các ma trận độ cứng con và vectơ tải liên kết với các hàm dạng *Hierarchical*.

c. Cơ sở nội suy Lagrange:

Trong khuôn khổ bài toán một chiều, cho n điểm dữ liệu: $\{x_i, u(x_i)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, lúc đó công thức nội suy *Lagrange* đi qua tập dữ liệu này là một đa thức bậc $n-1$ có dạng:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) u(x_i) \quad (4.35)$$

Trong đó tập hợp các hàm $N_i(x)$ gọi là cơ sở *Lagrange*, hay là các hàm dạng *Lagrange* (hàm dạng).

$$N_i(x) \equiv L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \equiv \frac{x-x_1}{x_i-x_1} \times \frac{x-x_2}{x_i-x_2} \times \dots \times \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \times \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}} \times \dots \times \frac{x-x_n}{x_i-x_n} \quad (4.36)$$

Và tập các giá trị nội suy $u(x_i)$ gọi là các giá trị nút hay vectơ bậc tự do mô tả bài toán.

Cơ sở nội suy *Lagrange* trong xấp xỉ (4.16) thỏa mãn tính trực giao, nghĩa là:

$$N_i(x_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{với } i = j \\ 0 & \text{với } i \neq j \end{cases} \quad (4.37)$$

δ_{ij} : Kronecker delta

Do có tính trực giao nên các chuyển vị nút tìm được trong phân tích *phần tử hữu hạn h-refinement* là các chuyển vị tổng (chuyển vị vật lý) – đây là một ưu điểm của phương pháp phân tích phần tử hữu hạn cổ điển.

Với bài toán tổng quát, cơ sở Lagrange $N_i(x)$ trong phép nội suy chuyển vị (4.20) có được bằng cách lấy tích theo các phương trên cơ sở (4.36). Việc tăng bậc đa thức xấp xỉ đồng nghĩa với việc thêm các nút trên miền khảo sát và cơ sở nội suy mới cần tìm lại tương ứng với tập các nút mới.

d. Hàm dạng *Hierarchical*:

Với *p-refinement*, phép xấp xỉ chuyển vị (4.33) dựa trên cơ sở các đa thức *Legendre* hay còn gọi là xấp xỉ *Hierarchical*. Một phép xấp xỉ gọi là xấp xỉ *Hierarchical* nếu khi tăng bậc đa thức xấp xỉ, các hàm dạng tương ứng với các bậc thấp hơn là không thay đổi. Cơ sở các đa thức *Legendre* thỏa mãn tính chất này.

🌈 Đa thức *Legendre*

Các đa thức *Legendre* $L_i(x)$ được định nghĩa trong khoảng $[-1, +1]$ như sau:

$$\begin{cases} L_0(x) = 1 \\ L_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n], \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (4.38)$$

Là nghiệm của hệ phương trình vi phân:

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0, \quad -1 < x < 1, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.39)$$

Các thuộc tính của các đa thức *Legendre*.

a. Trực giao:

$$(L_n, L_j) = \int_{-1}^1 L_n(x)L_j(x)dx = \frac{2}{2n+1} \begin{cases} 1 & \text{nếu } n = j \\ 0 & \text{Các trường hợp khác.} \end{cases} \quad (4.40a)$$

b. Đối xứng:

$$L_n(-x) = (-1)^n L_n(x), \quad n \geq 0 \quad (4.40b)$$

c. Đệ qui:

$$(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1)xL_n(x) - nL_{n-1}(x), \quad n \geq 1 \quad (4.40c)$$

d. Sự chuẩn hoá:

$$L_n(1) = 1, \quad n \geq 0 \quad (4.40d)$$

e. Đệ qui vi phân:

$$L'_{n+1}(x) = (2n+1)L_n(x) + L'_{n-1}(x), \quad n \geq 1 \quad (4.40e)$$

f. Giới nội

$$|L_n(x)| \leq 1, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (4.40f)$$

Mười đa thức Legendre đầu tiên:

$$L_0(x) = 1,$$

$$L_1(x) = x,$$

$$L_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1),$$

$$L_3(x) = \frac{1}{2}x(5x^2 - 3),$$

$$L_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3),$$

$$L_5(x) = \frac{1}{8}x(63x^4 - 70x^2 + 15),$$

$$L_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 315x^2 - 5),$$

$$L_7(x) = \frac{1}{16}x(429x^6 - 693x^4 + 315x^2 - 35),$$

$$L_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35),$$

$$L_9(x) = \frac{1}{128}x(12155x^8 - 25740x^6 + 18018x^4 - 4620x^2 + 315),$$

$$L_{10}(x) = \frac{1}{256}(46189x^{10} - 109395x^8 + 90090x^6 - 30030x^4 + 3465x^2 - 63).$$

(4.40g)

✚ Các hàm dạng Hierarchical:

Trên cơ sở các đa thức *Legendre* trong (4.38), hay tưởng minh như trong (4.40g) các hàm dạng *Hierarchical* tìm được từ công thức sau.

$$\Phi_j(x) = \sqrt{\frac{2j-1}{2}} \int_{-1}^x L_{j-1}(t) dt, \quad j \geq 2 \quad (4.41a)$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_j(x)}{dx} = \sqrt{\frac{2j-1}{2}} L_{j-1}(x) \quad (4.41b)$$

$$\Rightarrow \Phi_j(x) = \frac{1}{\sqrt{2(2j-1)}} [L_j(x) - L_{j-2}(x)] \quad (4.41c)$$

Các hàm dạng *Hierarchical* (4.40c) có các thuộc tính:

a. *Triệt tiêu trên biên.*

$$\Phi_j(-1) = \Phi_j(+1) = 0, \quad j \geq 2. \quad (4.41a)$$

b. *Trực giao trên đạo hàm bậc 2.*

$$\int_{-1}^1 \frac{d\Phi_i}{dx} \frac{d\Phi_j}{dx} dx = \begin{cases} 1 & \text{nếu } i = j, \\ 0 & \text{các trường hợp khác} \end{cases} \quad (4.42b)$$

c. *Đối xứng.*

$$\Phi_j(-x) = (-1)^j \Phi_j(x) \quad (4.42c)$$

d. *Triệt tiêu trên tích phân với các hàm bậc lẻ.*

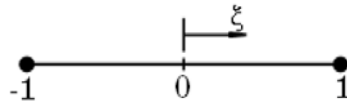
$$\int_{-1}^1 \Phi_j(x) dx = 0, \quad j = 3, 5, 7, \dots \quad (4.42d)$$

e. *Trực chuẩn.*

$$\int_{-1}^1 \Phi_i(x) \Phi_j(x) dx = \begin{cases} \frac{2}{(2i+1)(2i-3)}, & j = i \\ -\frac{1}{(2i-3)\sqrt{(2i-1)(2i-5)}}, & j = i-2 \\ -\frac{1}{(2i+1)\sqrt{(2i-1)(2i+3)}}, & j = i+2 \\ 0 & \text{các trường hợp khác} \end{cases}. \quad (4.42e)$$

Các hàm dạng *Hierarchical* cho bài toán một chiều:

Khảo sát phần tử một chiều hai nút trong hệ tọa độ chuẩn $-1 \leq \xi \leq 1$ như hình 4.2.



Hình 4.2. Phần tử một chiều 2 nút.

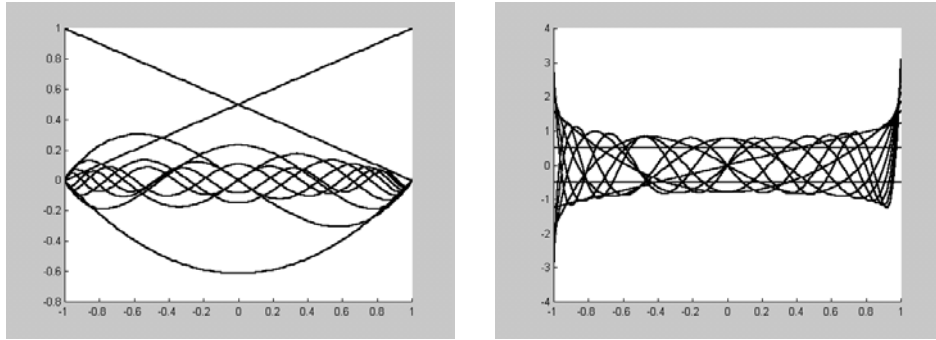
Các hàm dạng tại nút (bậc 1):

$$P_0(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \text{ và } P_1(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (4.43)$$

Các hàm dạng *Hierarchical* tìm được từ công thức (4.41) từ bậc 2-10 như hình 4.3 và bảng 4.1

Bảng 4.1. Các hàm dạng *Hierarchical* 1 chiều

Bậc p	Hàm dạng <i>Hierarchical</i>
2	$P_2(\xi) = \frac{\sqrt{6}}{4}(\xi^2 - 1)$
3	$P_3(\xi) = \frac{\sqrt{10}}{4}\xi(\xi^2 - 1)$
4	$p_4(\xi) = \frac{\sqrt{14}}{16}(5\xi^4 - 6\xi^2 + 1)$
5	$p_5(\xi) = \frac{3\sqrt{2}}{16}\xi(7\xi^4 - 10\xi^2 + 3)$
6	$p_6(\xi) = \frac{\sqrt{22}}{32}(21\xi^6 - 35\xi^4 + 15\xi^2 - 1)$
7	$p_7(\xi) = \frac{\sqrt{26}}{32}\xi(33\xi^6 - 63\xi^4 + 35\xi^2 - 5)$
8	$p_8(\xi) = \frac{\sqrt{30}}{256}(429\xi^8 - 924\xi^6 + 630\xi^4 - 140\xi^2 + 5)$
9	$p_9(\xi) = \frac{\sqrt{34}}{256}\xi(715\xi^8 - 1716\xi^6 + 1386\xi^4 - 420\xi^2 + 35)$
10	$p_{10}(\xi) = \frac{\sqrt{38}}{512}(2431\xi^{10} - 6435\xi^8 + 6006\xi^6 - 2310\xi^4 + 315\xi^2 - 7)$

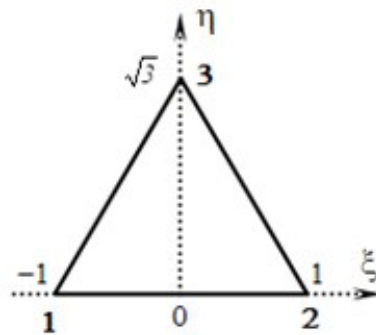


Hình 4.3. Đồ thị 10 hàm dạng và đạo hàm của hàm dạng Hierarchical 1 chiều.

Các hàm dạng hierarchical cho bài toán phẳng:

Phần tử tam giác:

Khảo sát phần tử tam giác đều trong hệ tọa độ chuẩn (ξ, η) như hình 4.4, các hàm dạng Hierarchical trên phần tử có thể chia thành 3 nhóm sau:



Hình 4.4. Phần tử tam giác trong hệ tọa độ chuẩn.

Các hàm dạng tại nút.

$$\begin{cases} L_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \xi - \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) \\ L_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \xi - \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right) \\ L_3 = \frac{\eta}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad (4.44)$$

Các hàm dạng trên cạnh.

$$N_i^{(1)}(\xi, \eta) = L_1 L_2 \varphi_i(L_1 - L_2), \quad i = 2, \dots, p.$$

$$N_i^{(2)}(\xi, \eta) = L_2 L_3 \varphi_i(L_3 - L_2), \quad i = 2, \dots, p. \quad (4.45)$$

$$N_i^{(3)}(\xi, \eta) = L_3 L_1 \varphi_i(L_1 - L_3), \quad i = 2, \dots, p.$$

Trong đó $\varphi_i(x)$ là đa thức *Lobato* như định nghĩa ở (4.41c).

$$\Phi_j(x) = \frac{1}{4}(1-x^2) \varphi_{j-2}(x) \quad (4.46)$$

Các hàm dạng trên mặt.

$(p-1)(p-2)/2$ hàm dạng trên mặt, khi bậc xấp xỉ $p \geq 3$

$$\text{Khi } p = 3 \quad N_1^{(0)} = L_1 L_2 L_3 \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \text{Khi } p = 4 \quad N_1^{(0)} &= L_1 L_2 L_3 P_1(L_2 - L_1) \\ N_2^{(0)} &= L_1 L_2 L_3 P_1(2L_3 - 1) \end{aligned} \quad (4.48)$$

Trong đó $P_1(x)$ là đa thức *Legendre* bậc 1

$$\begin{aligned} \text{Khi } p \geq 5 \quad N_j^{(0)} &= L_1 L_2 L_3 P_{i-j-2}(L_2 - L_1) P_{j-1}(2L_3 - 1), \\ & \quad j = 1, 2, \dots, i-2 \\ & \quad i = 5 \dots p. \end{aligned} \quad (4.49)$$

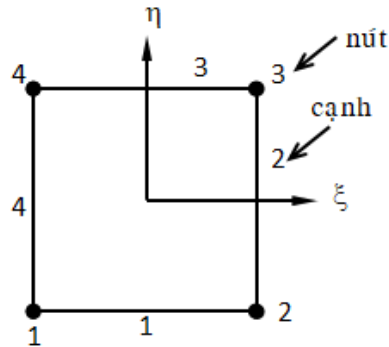
Trong đó $p_n(x)$ là đa thức *Legendre* bậc n

Số bậc tự do (dofs) ứng với bậc p của phần tử tam giác.

Bảng 4.2. Số dofs trên phần tử tương ứng với bậc p cho phần tử tam giác.

Bậc p	Dofs liên kết tại nút	Dofs liên kết trên cạnh	Dofs liên kết trên mặt	Tổng dofs
1	3			3
2	3	3		6
3	3	6	1	10
4	3	9	2	15
5	3	12	3	21
6	3	15	4	28
7	3	18	5	36
8	3	21	6	45

Phần tử tứ giác:



Hình 4.5. Phần tử tứ giác trong hệ tọa độ chuẩn

Cho phần tử tứ diện 4 nút, 4 cạnh và 1 mặt trong hệ tọa độ chuẩn (ξ, η) như Hình 4.5. Các hàm dạng trên phần tử có thể chia thành 3 nhóm như sau.

Các hàm dạng tại nút.

Có 4 hàm dạng liên kết tại 4 nút giống như các hàm dạng *Lagrange* bậc 2.

$$N_1 = P_0(\xi)P_0(\eta) , N_2 = P_1(\xi)P_0(\eta) \quad (4.50a)$$

$$N_3 = P_1(\xi)P_1(\eta) , N_4 = P_0(\xi)P_1(\eta) \quad (4.50b)$$

Các hàm dạng trên cạnh.

Có $(p - 1)$ hàm dạng liên kết với mỗi cạnh khi bậc xấp xỉ $p \geq 2$:

$$N_1^p = P_p(\xi)P_0(\eta) \quad (4.51a)$$

$$N_2^p = P_1(\xi)P_p(\eta) \quad (4.51b)$$

$$N_3^p = P_p(\xi)P_1(\eta) \quad (4.51c)$$

$$N_4^p = P_0(\xi)P_p(\eta) \quad (4.51d)$$

Các hàm dạng trên mặt.

Có $(p - 2)(p - 3)/2$ trên mặt khi bậc xấp xỉ $p \geq 4$.

$$\text{Bậc 4: } N_{(1)}^4 = P_2(\xi)P_2(\eta), \quad (4.52a)$$

$$\text{Bậc 5: } N_{(1)}^5 = P_2(\xi)P_3(\eta), \quad N_{(2)}^5 = P_3(\xi)P_2(\eta) \quad (4.52b)$$

hoặc viết dưới dạng chỉ số:

$$N_{(m)}^p = P_i(\xi)P_j(\eta), \quad i, j = 2, 3, \dots, p-2, i+j = p \quad (4.52c)$$

Trong đó p là bậc xấp xỉ, m là chỉ số hàm dạng.

Các hàm dạng *Hierarchical* cho phần tử tứ giác từ bậc bậc 2 đến 8 tính được như sau.

<i>Bậc Hierarchical</i>		<i>Các hàm dạng trên cạnh</i>			
p	1	2	3	4	
2	$P_2(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_2(\eta)$	$P_2(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_2(\eta)$	
3	$P_3(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_3(\eta)$	$P_3(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_3(\eta)$	
4	$P_4(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_4(\eta)$	$P_4(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_4(\eta)$	
5	$P_5(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_5(\eta)$	$P_5(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_5(\eta)$	
6	$P_6(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_6(\eta)$	$P_6(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_6(\eta)$	
7	$P_7(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_7(\eta)$	$P_7(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_7(\eta)$	
8	$P_8(\xi)P_0(\eta)$	$P_1(\xi)P_8(\eta)$	$P_8(\xi)P_1(\eta)$	$P_0(\xi)P_8(\eta)$	

<i>Bậc Hierarchical</i>		<i>Các hàm dạng trên mặt</i>				
p	1	2	3	4	5	
4	$P_2(\xi)P_2(\eta)$					
5	$P_3(\xi)P_2(\eta)$	$P_2(\xi)P_3(\eta)$				
6	$P_4(\xi)P_2(\eta)$	$P_3(\xi)P_3(\eta)$	$P_2(\xi)P_4(\eta)$			
7	$P_5(\xi)P_2(\eta)$	$P_4(\xi)P_3(\eta)$	$P_3(\xi)P_4(\eta)$	$P_2(\xi)P_5(\eta)$		
8	$P_6(\xi)P_2(\eta)$	$P_5(\xi)P_3(\eta)$	$P_4(\xi)P_4(\eta)$	$P_3(\xi)P_5(\eta)$	$P_2(\xi)P_6(\eta)$	

Bảng 4.3. Số dofs trên phần tử tương ứng với bậc p cho phần tử tứ giác.

Bậc p	Dofs liên kết tại nút	Dofs liên kết trên cạnh	Dofs liên kết trên mặt	Tổng Dofs
1	4			4
2	4	4		8
3	4	8		12
4	4	12	1	17
5	4	16	3	23
6	4	20	6	30
7	4	24	10	38
8	4	28	15	47

e. Ánh xạ hình học với phương pháp hàm trộn:

Các hàm ánh xạ của một phần tử tham số, là một phép biến đổi hình học giữa một phần tử *thật* trong hệ quy chiếu (x, y) và một phần tử *chủ* trong hệ tham số chuẩn (ξ, η) . Các hàm ánh xạ được sử dụng để tính toán ma trận độ cứng, vectơ tải trên phần tử *chủ* và ánh xạ chúng về miền vật lý - *thật*.

Một phép ánh xạ tốt cần phải:

- Đơn giản trong việc tính toán.
- Phải giữ được tính liên tục trong lời giải phần tử hữu hạn cũng như trên biên hình học.
- Khả nghịch (*đảm bảo tính duy nhất khi ánh xạ*)

Chi tiết về phép ánh xạ, tính toán Jacobian trong quá trình phát triển *h-refinement* đẳng tham số được đề cập phổ biến [102 – 105]. Với *p-refinement* có biên là các cạnh thẳng, phép ánh xạ và tính toán Jacobian là hoàn toàn tương tự như *h-refinement* đẳng tham số [106, 107]. Tuy nhiên, với phần tử có biên phức tạp, ánh xạ trên *p-refinement* yêu cầu tính chính xác cao hơn vì 2 lý do sau:

- Khi sử dụng *p-refinement* trong phân tích, thường thực hiện trên lưới có kích thước lớn.
- Yêu cầu tính chính xác của ma trận Jacobian trong việc tính toán ma trận độ cứng và vectơ tải.

✚ Phần tử tam giác (*p-refinement*)

Trong hệ toàn miền (x, y) , cho phần tử tam giác có các biên cong định nghĩa bởi các phương trình tham số như mô tả trên hình 4.6a:

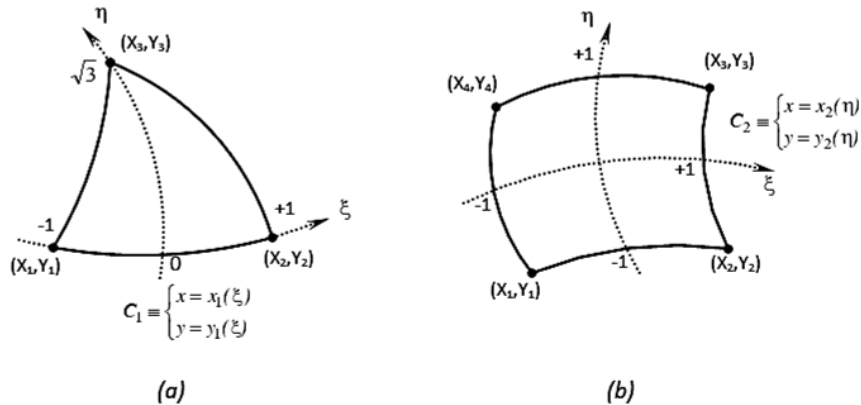
$$C_1 \equiv \begin{cases} x = x_1(\xi) \\ y = y_1(\xi) \end{cases}, \quad C_2 \equiv \begin{cases} x = x_2(\xi, \eta) \\ y = y_2(\xi, \eta) \end{cases}, \quad C_3 \equiv \begin{cases} x = x_3(\xi, \eta) \\ y = y_3(\xi, \eta) \end{cases} \quad (4.53)$$

Sử dụng phương pháp hàm tròn, phép ánh xạ hình học được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) = & L_1 X_1 + L_2 X_2 + L_3 X_3 \\ & + \left[\frac{4L_1 L_2}{(1-r^2)} \left(x_1(r) - \frac{1-r}{2} X_1 - \frac{1+r}{2} X_2 \right) \right]_{r=L_2-L_1} \\ & + \left[\frac{4L_2 L_3}{(1-r^2)} \left(x_2(r) - \frac{1-r}{2} X_2 - \frac{1+r}{2} X_3 \right) \right]_{r=L_3-L_2} \\ & + \left[\frac{4L_3 L_1}{(1-r^2)} \left(x_3(r) - \frac{1-r}{2} X_3 - \frac{1+r}{2} X_1 \right) \right]_{r=L_1-L_3} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Tương tự cho $y(\xi, \eta)$.

Trong đó $L_1 = \frac{1}{2} \left(1 - \xi - \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right)$, $L_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \xi - \frac{\eta}{\sqrt{3}} \right)$, $L_3 = \frac{\eta}{\sqrt{3}}$.



Hình 4.6. Ánh xạ biên hình học.

✚ Phần tử tứ giác (*p-refinement*)

Tương tự như phần tử tam giác, phép nội suy tọa độ cho phần tử tứ giác hình 4.6 b cũng có thể dễ dàng tìm được như sau:

$$\begin{aligned}
x(\xi, \eta) = & \frac{1}{2}(1-\eta)x_1(\xi) + \frac{1}{2}(1+\xi)x_2(\eta) + \frac{1}{2}(1+\eta)x_3(\xi) + \frac{1}{2}(1-\xi)x_4(\eta) \\
& - \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)X_1 - \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)X_2 \\
& - \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)X_3 - \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)X_4
\end{aligned} \tag{4.55}$$

Tương tự cho hàm nội suy $y(\xi, \eta)$.

f. Phép đạo hàm của các hàm nội suy:

Các hàm nội suy được viết trên phần tử chuẩn theo các biến (ξ, η) . Tuy nhiên trong phương trình phần tử (4.30) phép đạo hàm được lấy theo các biến toàn miền x, y . Thật vậy sử dụng phép nội suy tọa độ như đã trình bày trong 4.2.2.e, đạo hàm của hàm nội suy thứ i có thể viết như sau:

Trường hợp bài toán 2 chiều .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \equiv [J]^T \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.56}$$

$$\text{Trong đó: } [J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-T} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \equiv \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \tag{4.57}$$

g. Tính toán ma trận độ cứng phần tử và tích phân Gauss:

Việc tính toán ma trận độ cứng phần tử với phần tử p hoàn toàn tương tự như phần tử h . Ma trận độ cứng phần tử trong công thức (4.24) viết lại:

- Trong hệ tọa độ thực:

$$[K]_e = \int_{\Omega_e} \{B\}^T [E] \{B\} d\Omega_e \tag{4.58}$$

- Trong hệ tọa độ chuẩn:

$$[K]_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det [J] d\xi d\eta \tag{4.59}$$

Sử dụng tích phân Gauss, công thức (4.59) có thể tính như sau.

$$[K]_e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l w_i w_j \{ [B]^T [D][B] \det[J] \} (\xi_i, \eta_j) \quad (4.60)$$

Trong đó: J : Jacobian của phép ánh xạ hình học

ξ_i, η_j : lần lượt là tọa độ Gauss theo các phương tọa độ

w_i, w_j : lần lượt là trọng số theo các phương tọa độ

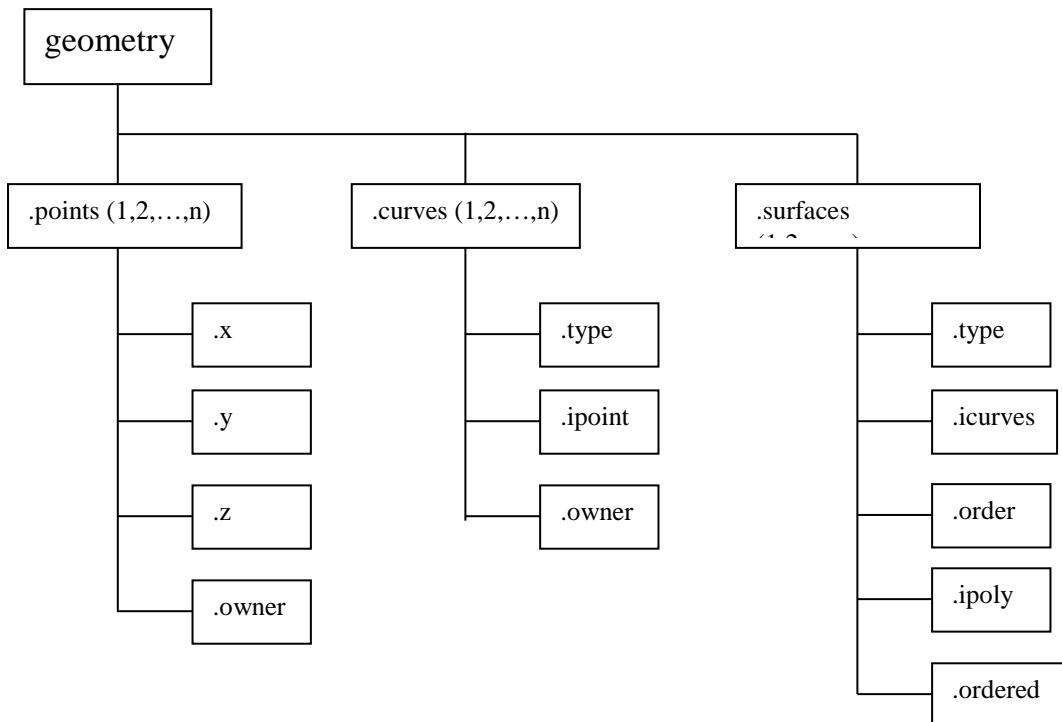
n, l : số điểm Gauss theo các phương, giá trị tham khảo [108]

Nếu phần tử có biên là các cạnh thẳng, số điểm Gauss tối thiểu trên miền theo mỗi phương là $p + 1$. Với các phần tử có biên cong bậc 2, số điểm Gauss tối thiểu là $p + 2$.

4.2.3. Cấu trúc dữ liệu và tự động phát sinh lưới

a. Miền hình học:

Miền hình học được quản lý bởi Geometry bao gồm điểm, đường, mặt trong đó các thông số để quản lý chúng như sơ đồ ở hình 4.7.



Hình 4.7. Sơ đồ tổ chức quản lý miền hình học

❖ Hàm *gmpoint(i, x, y, z)*: Nhập vào tọa độ $x, y, (z)$ cho điểm thứ $i, i=1,2,\dots,n$.

- *Geometry.points(i).x*: Thông số quản lý tọa độ theo phương x của điểm thứ i . Tương tự cho *Geometry.points(i).y*, bài toán 3D *Geometry.points(i).z*.
- *Geometry.points(i).owner*: Thông số quản lý đường thẳng (hoặc cong) đi qua điểm thứ i .

❖ Hàm *gmcurve(i, type, ipoints, nel)*: Nhập vào đường thứ $i, i=1,2,\dots,n$, được định nghĩa bởi kiểu đường (thẳng hoặc cong), các điểm để xây dựng nó, số khoảng chia để làm mịn theo *h-refinement* trên nó.

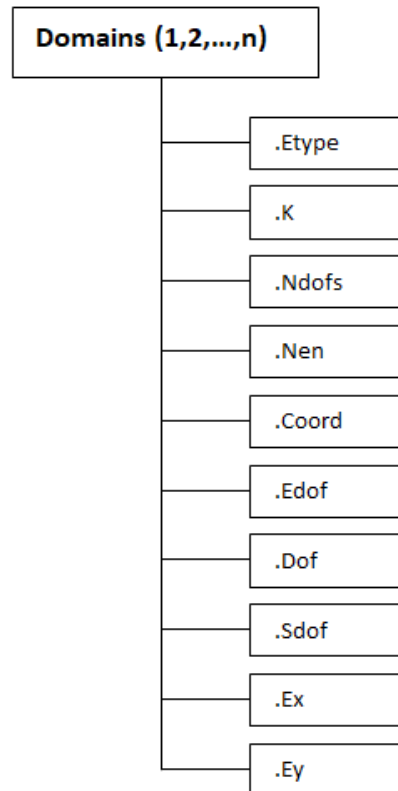
- *Geometry.curves(i).type*: Thông số để quản lý dạng đường, thẳng *type=line*, cong *type=pc* của đường thứ i .
- *Geometry.curves(i).ipoints*: Các điểm để xây dựng đường i , nếu đường i là thẳng thì kích thước của *ipoints* là (1×2) và cong là (1×3) .
- *Geometry.curves(i).owner*: Thông số quản lý mặt chứa đường i .

❖ Hàm *gmsurf(i, type, icurves)*: Nhập vào mặt thứ i và các đường giới hạn nó.

- *Geometry-surfaces(i).type*: Quản lý dạng mặt.
- *Geometry-surfaces(i).icurves*: Quản lý các đường giới hạn mặt i , đánh số theo thứ tự, cùng chiều, liên tục.
- *Geometry-surfaces(i).order*: Quản lý các điểm nút để xây dựng các đường giới hạn mặt i , loại bỏ điểm giữa của đường (nếu có).
- *Geometry-surfaces(i).ipoly*: Quản lý các điểm để xây dựng các đường giới hạn mặt i bao gồm cả điểm nút và điểm giữa của đường (nếu có).
- *Geometry-surfaces(i).ordered*: Sắp xếp lại các điểm nút để xây dựng các đường giới hạn mặt i , trong *Geometry-surfaces(i).Order*.

b. Cấu trúc dữ liệu của miền:

Trên cơ sở dữ liệu quản lý miền hình học, các đặc trưng của vật liệu, các ma trận ứng xử, tải trọng tác dụng, điều kiện liên kết ... được xử lý và đưa vào cấu trúc dữ liệu của từng miền hình học thông qua Domains như sơ đồ hình 4.8.



Hình 4.8. Sơ đồ tổ chức quản lý dữ liệu của miền

❖ Hàm $Mesh2d(i, Geometry, etype)$: Nhập vào miền hình học thứ i , kiểu phần tử của miền, trong quá trình tự động phát sinh lưới và sẽ tạo ra tọa độ của các điểm, mã hóa bậc tự do cho các điểm, mã hóa bậc tự do đến từng phần tử trong miền, quản lý bậc tự do trên các cạnh của miền, quản lý tọa độ theo các phương đến từng phần tử.

- $Domains(i).etype$: kiểu phần tử chẳng hạn phần tử của bài toán hai chiều vô hướng 3 nút $flw2t$ ($Ndofs=1, Nen=3$), 4 nút $flw2i4$ ($Ndofs=1,$

Nen=4), phần tử của bài toán ứng suất, biến dạng phẳng 3 nút plant (Ndofs=2, Nen=3), 4 nút plani4 (Ndofs=4, Nen=4), ...

- Domains(i).Coord: tọa độ của các điểm trong miền sau khi chia lưới.
- Domains(i).Edof: mã hóa bậc tự do của từng phần tử trong hệ tọa độ của miền.
- Domains(i).Dof: mã hóa bậc tự do trong miền.
- Domains(i).Sdof: mã hóa bậc tự do trên các cạnh của miền.
- Domains(i).Ex, Domains(i).Ey: quản lý tọa độ theo các phương của từng phần tử trong miền.

c. Giải thuật phát sinh lưới:

Thông số đầu vào:

Tọa độ của các điểm nút và cạnh (nếu có) của miền.

N1=số khoảng chia trên cạnh 1.

N2=số khoảng chia trên cạnh 2.

for i=1 đến (N2 +1)

for j=1 đến (N1 + 1)

x=x(j,i);

y=y(j,i);

Coord=[x y];

Dof=j+(N1+1)(i - 1);

Edof=Edof(mỗi phần tử);

Sdof=Sdof(cạnh 1, cạnh 2, cạnh 3, cạnh 4);

Ex=Ex(theo phương x của mỗi phần tử);

Ey=Ey(theo phương y của mỗi phần tử);

end

end

d. Giải thuật tính toán, lắp ghép trên miền:

for i=1 đến (số phần tử của miền)

$K_e=K_e$ (tính cho mỗi phần tử);

$K_{miền}$ =lắp ghép (K_e vào ma trận độ cứng $K_{miền}$ của miền);

$f_e=f_e$ (tính cho mỗi phần tử);

$f_{miền}$ =lắp ghép (f_e vào véc tơ tải $f_{miền}$ của miền);

end

e. Giải thuật mã hóa bậc tự do của miền trong toàn kết cấu:

Sau khi tính toán và xử lý trên miền ta có được ma trận độ cứng (ma trận các hệ số đối với các bài toán không phải đàn hồi), véc-tơ tải của miền. Việc lắp ghép chúng vào ma trận độ cứng và véc-tơ tải toàn miền của kết cấu cần phải được mã hóa bậc tự do của miền trong toàn kết cấu và giải thuật mã hóa được thể hiện như sau:

for i=1 đến (số miền trong kết cấu)

Tìm các cạnh chung giữa các miền;

Loại bỏ bớt bậc tự do trên các cạnh chung;

Tìm các nút chung giữa các miền;

Loại bỏ bớt bậc tự do trên các nút chung;

Mã hóa lại bậc tự do trên các cạnh;

Mã hóa lại bậc tự do trên các nút;

Mã hóa lại bậc tự do trong các miền;

end

f. Giải thuật lắp ghép miền vào toàn kết cấu:

for i=1 đến (số miền trong kết cấu)

K =lắp ghép ($K_{miền}$ vào ma trận độ cứng K của kết cấu);

f =lắp ghép ($f_{miền}$ vào véc tơ tải f của kết cấu);

end

g. Giải thuật khai báo tải trọng tập trung trên nút và tải trọng phân bố trên cạnh:

Việc tính toán tải trọng khối đã được xử lý trong khi xác định ma trận độ cứng K_c của phần tử. Tuy nhiên tải trọng tập trung và tải trọng phân bố trên cạnh được xử lý nhờ vào hai giải thuật sau:

- Tải trọng tập trung:

Thông số đầu vào: [nút chịu tải, giá trị của tải]

C^* = tìm cạnh chứa nút chịu tải (chỉ cần 1 cạnh đầu);

$Sdof^*$ = tìm bậc tự do của cạnh C^* ;

f (ở vị trí chịu tải) = tìm vị trí $Sdof^*$ (ở vị trí nút chịu tải);

f (ở vị trí chịu tải) = gán giá trị của tải.

- Tải trọng phân bố trên cạnh:

Thông số đầu vào: [cạnh chịu tải, giá trị của tải]

Tìm tọa độ của các nút trên cạnh chịu tải;

Tìm khoảng cách l_i giữa các nút;

Qui tải trọng phân bố trên chiều dài l_i về 2 nút của l_i : q_i, q_{i+1} ,

$(q_i, q_{i+1}) = g(l_i, \text{giá trị của tải})$; với tải phân bố đều $q_i = q_{i+1} = l_i \times \text{giá trị của tải} / 2$;

$Sdof^*$ = tìm bậc tự do của cạnh chịu tải;

$f(i, i+1)$ = tìm $Sdof^*(i, i+1)$;

$f(i)$ = gán q_i ;

$f(i+1)$ = gán q_{i+1} ;

h. Giải thuật áp đặt điều kiện biên trên nút và trên cạnh:

- Áp đặt điều kiện biên cho nút:

Thông số đầu vào: [nút chịu ràng buộc, giá trị của ràng buộc]

C^* = tìm cạnh chứa nút chịu ràng buộc (chỉ cần 1 cạnh đầu);

$Sdof^*$ = tìm bậc tự do của cạnh C^* ;

Nghiệm u (ở vị trí ràng buộc) = tìm $Sdof^*$ (ở vị trí nút ràng buộc);
 u (ở vị trí ràng buộc) = gán giá trị ràng buộc.

- Áp đặt điều kiện biên cho cạnh:

Thông số đầu vào: [cạnh chịu ràng buộc, giá trị ràng buộc]

$Sdof^*$ = tìm bậc tự do của cạnh chịu ràng buộc;

$u(Sdof^*)$ = gán giá trị của ràng buộc;

i. Giải thuật phát sinh p (bậc đa thức xấp xỉ):

Khác với tự động phát sinh lưới trong *h-refinement*, khi chọn số lưới cần phát sinh trên các miền hình học thì chương trình sẽ tự động chia các miền hình học thành số phần tử tương ứng. Đối với *p-refinement* khi bậc đa thức p chọn khác nhau thì miền hình học không chia thêm phần tử mà chỉ tự động tăng bậc của đa thức xấp xỉ tương ứng nhưng số nút trên phần tử thì không tăng. Điều này được giải thích trong lý thuyết xây dựng các hàm dạng *Hierarchical* – trường chuyển vị *Hierarchical* tìm được không phải là chuyển vị vật lý trên phần tử. Muốn tìm trường chuyển vị vật lý trên phần tử ta phải thay các tọa độ vào các hàm dạng *Hierarchical* rồi nhân với trường chuyển vị *Hierarchical* tìm được.

Cũng xuất phát từ lý thuyết cơ sở xây dựng những hàm dạng *Hierarchical*, các đại lượng như ma trận độ cứng K véc tơ tải f , dạng ... đều mang tính đệ qui có nghĩa là khi đa thức xấp xỉ tăng bậc thì các đại lượng tương ứng ở bậc cao sẽ bao gồm các đại lượng đó ở bậc thấp ghép nối thêm với phần tương ứng tăng bậc. Dựa trên cơ sở có qui luật này, giải thuật tự động phát sinh p trong *p-refinement* sẽ gặp thuận lợi.

Đối với các định nghĩa về miền hình học, tính toán, lắp ghép, khai báo tải trọng nút, tải trọng đường, áp đặt điều kiện biên ... không thay đổi. Riêng trường hợp xử lý p sẽ được trình bày qua các giải thuật sau:

Giải thuật tính các hàm dạng Hierarchical và mã hóa bậc tự do của phần tử trong toàn miền:

for i=1 đến (số miền)

$$N_{p,e,i} = N_{p-1,e,i} + N_{(\text{bậc tiếp theo}),e,i} ; \quad (\text{Các hàm dạng Hierarchical ứng}$$

với phần tử ở bậc p)

$$\text{Edof}_{p,e,i} = \text{Edof}_{p-1,e,i} + \text{Edof}_{(\text{bậc tiếp theo}),e,i} ; \quad (\text{Mã hóa bậc tự do toàn}$$

miền cho phần tử ở bậc p)

end

Giải thuật tính toán lắp ghép trong p-refinement:

for i=1 đến (số miền)

$$K_{p,e} = K_{p,e} \text{ (tính cho mỗi phần tử);}$$

$$K = \text{lắp ghép } (K_{p,e} \text{ vào ma trận độ cứng } K \text{ của kết cấu);}$$

$$f_{p,e} = f_{p,e} \text{ (tính cho mỗi phần tử);}$$

$$f = \text{lắp ghép } (f_{p,e} \text{ vào véc tơ tải } f \text{ của kết cấu);}$$

end

j. Giải thuật khai báo tải trọng tập trung trên nút và tải trọng phân bố trên cạnh:

- Tải trọng tập trung:

Thông số đầu vào: [nút chịu tải, giá trị của tải]

C^* = tìm cạnh chứa nút chịu tải (chỉ cần 1 cạnh đầu);

Edof^* = tìm bậc tự do ứng với bậc p của cạnh C^* ;

$f(\text{ở vị trí chịu tải})$ = tìm vị trí Edof^* (ở vị trí nút chịu tải);

$f(\text{ở vị trí chịu tải})$ = gán giá trị của tải.

- Tải trọng phân bố trên cạnh:

Thông số đầu vào: [cạnh chịu tải, giá trị của tải]

Tìm tọa độ của các nút trên cạnh chịu tải;

Tìm khoảng cách l_i giữa các nút;

Qui tải trọng phân bố trên chiều dài l_i về 2, hoặc 3 nút (tương ứng với p bậc 1 hay bậc cao của l_i : $q_i, q_{i+1}, (q_{i+2}), (q_i, q_{i+1}, (q_{i+2}))=g(l_i, \text{giá trị của tải})$; với tải phân bố đều $q_i=q_{i+1}=l_i \times \text{giá trị của tải}/2$; $(q_{i+2}=-l_i \times \text{giá trị của tải}/\sqrt{6})$)

Edof* = tìm bậc tự do của cạnh chịu tải;

f(i)= tìm Edof*(i);

f(i)= gán q_i ;

f(i+1)= gán q_{i+1} ;

(f(i+2)= gán q_{i+2});

k. Giải thuật áp đặt điều kiện biên trên nút và trên cạnh:

- Áp đặt điều kiện biên cho nút:

Thông số đầu vào: [nút chịu ràng buộc, giá trị của ràng buộc]

C^* = tìm cạnh chứa nút chịu ràng buộc (chỉ cần 1 cạnh đầu);

Edof* = tìm bậc tự do của cạnh C^* ;

Nghiệm u (ở vị trí ràng buộc) = tìm Edof* (ở vị trí nút ràng buộc);

u (ở vị trí ràng buộc) = gán giá trị ràng buộc.

- Áp đặt điều kiện biên cho cạnh:

Thông số đầu vào: [cạnh chịu ràng buộc, giá trị ràng buộc]

Edof* = tìm bậc tự do của cạnh chịu ràng buộc;

u(Sdof*) = gán giá trị của ràng buộc;

Các kết quả chuyển vị, ứng suất ... vật lý (thực) có được sau khi tác động lại các hàm dạng *Hierarchical*.

l. Giải thuật giải hệ phương trình đại số tuyến tính:

Nhập ma trận K; kích thước K(n,n).

Nhập véc tơ f; kích thước f(n,1).

Nhập hệ số chỉnh lý M (nên chọn 1/100);

Cho trước bộ nghiệm ban đầu bất kỳ $x^{(0)}$;

Giải: $r^{(0)} = f - Kx^{(0)}$;

$flat = 1$;

while $flat = 1$

 for $i = 1 \rightarrow n$

$z^{(i-1)} = r^{(i-1)} / M$;

$\rho_{i-1} = z^{(i-1)T} r^{(i-1)}$;

 if $i == 1$

$p^{(1)} = z^{(0)}$;

 else

$\beta_{i-1} = \rho_{i-1} / \rho_{i-2}$;

$p^{(i)} = z^{(i-1)} + \beta_{i-1} p^{(i-1)}$;

 end

$q^{(i)} = Kp^{(i)}$;

$\alpha_i = \rho_{i-1} / p^{(i)T} q^{(i)}$;

$x^{(i)} = x^{(i-1)} + \alpha_i p^{(i)}$;

$r^{(i)} = r^{(i-1)} + \alpha_i q^{(i)}$;

 if $r^{(i)} \leq M$

$flat = 0$;

 else

$flat = 1$;

 end

 end

end

4.3. Kết quả và thảo luận

4.3.1. Sai số tương đối của năng lượng biến dạng và chỉ số độ tin cậy (Trình bày cụ thể trong mục 4.1)

Phương trình cân bằng (nghiệm mạnh):

$$Lu = f \Rightarrow Lu - f = 0; \quad u \in \Omega \quad (4.61)$$

Nguyên lý công ảo (nghiệm yếu):

$$\int_{\Omega} v(Lu - f) d\Omega = 0; \quad u, v \in \Omega \quad (4.62)$$

Điều kiện biên Dirichlet:

$$u = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_D \quad (4.63)$$

Tìm năng lượng $u \in V$ thỏa mãn phương trình (4.63):

$$B(u, v) = L(v) \quad \forall v \in V \quad (4.64)$$

Trong đó:

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \left\{ v \in [H^1(\Omega)]^{n_{sd}} : v = 0 \text{ on } \Gamma_D \right\} \\ B(u, v) = \int_{\Omega} \varepsilon(v) : \sigma(u) d\Omega \\ L(v) = \int_{\Omega} v \cdot f d\Omega + \int_{\Gamma_N} v \cdot \bar{t} d\Gamma \end{array} \right.$$

Với: V là miền khảo sát

$B(u, v)$ là năng lượng

$L(v)$ là công.

Năng lượng biến dạng:

$$U(u) = \frac{1}{2} B(u, u) \quad (4.65)$$

Chuẩn năng lượng:

$$\|u\|_{E(\Omega)} = \sqrt{B(u, u)} \quad (4.66)$$

Sai số e và sai số chuẩn năng lượng $\|e\|_{E(\Omega)}$ trong miền khảo sát:

$$e = u - u_h \quad (4.67)$$

$$\|e\|_{E(\Omega)} = \|u - u_h\|_{E(\Omega)} \quad (4.68)$$

Trong đó: u là năng lượng chính xác

u_h là năng lượng xấp xỉ FEM.

Sai số chuẩn năng lượng:

$$\|e_h\|_{E(\Omega)} = \|u - u_h\|_{E(\Omega)} \leq \frac{k}{N^\beta} \quad (4.69)$$

Trong đó: k, β là hằng số dương

N số bậc tự do.

Sử dụng sơ đồ ngoại suy Richardson, sai số có thể được viết dưới dạng năng lượng:

$$\|e_h\|_{E(\Omega)}^2 = 2 \|U - U_h\|_{E(\Omega)} = \frac{k^2}{N^{2\beta}} \quad (4.70)$$

Trong đó: $U = \frac{1}{2} \|u\|_{\Omega}^2$ là năng lượng chính xác

$U_h = \frac{1}{2} \|u_h\|_{\Omega}^2$ là năng lượng FEM.

Sai số tương đối của năng lượng biến dạng:

$$\eta_{FEM} (\%) = \sqrt{\frac{U - U_h}{U}} \times 100\% \quad (4.71)$$

$$\eta_{extra} (\%) = \sqrt{\frac{U_h - U_{h-1}}{U_h}} \times 100\% \quad (4.72)$$

Độ tin cậy:

✚ Chi số hiệu dụng:

$$\theta = \frac{\eta_{extra}}{\eta_{FEM}} \quad (4.73)$$

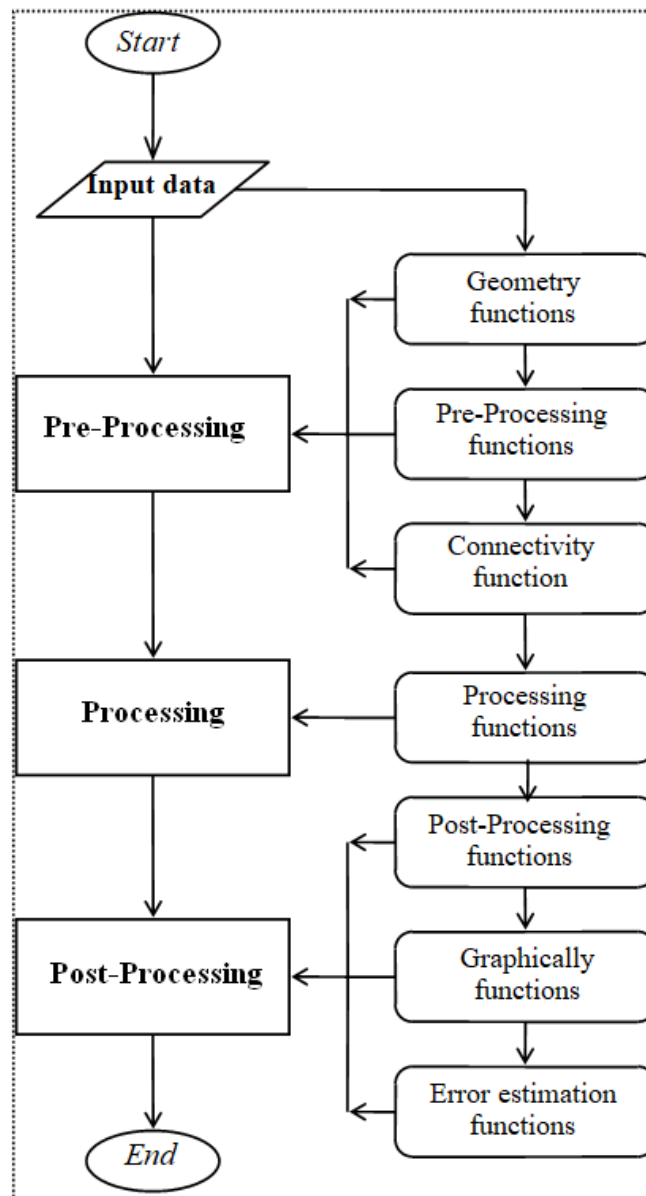
✚ Chi số đều

$$SD = \left[\frac{1}{n} \sum_{e=1}^n (\theta_e - \bar{\theta})^2 \right]^{1/2} \quad (4.74)$$

Trong đó: $\bar{\theta}$ là giá trị trung bình của θ

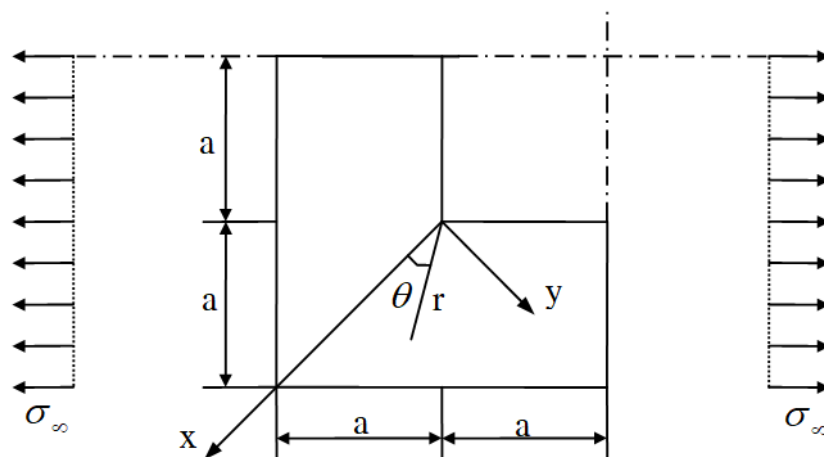
**** Một kỹ thuật đánh giá tin cậy nếu: với $1 \leq \eta(\%) \leq 10$, $0.8 \leq \theta \leq 1.2$, lúc đó $SD \leq 0.2$ ([94]).**

Hình 4.9 thể hiện cấu trúc chương trình code Matlab.



Hình 4.9. Cấu trúc chương trình

4.3.2. Ứng dụng 1: Bài toán lỗ vuông trong tấm vô hạn chịu kéo



Hình 4.10. Tấm L - Một phần tử của tấm có lỗ vuông chịu kéo

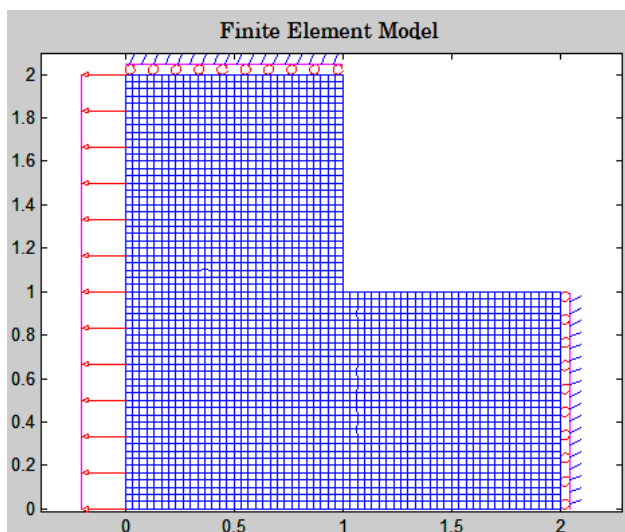
Phân tích phần tử hữu hạn được thực hiện trong trường hợp biến dạng phẳng trên một phần tử của tấm với $a = 1$, $\sigma_\infty = 1$ và đặc trưng vật liệu là $E = 2$ và $\nu = 0.3$

Năng lượng biến dạng chính xác [94]:

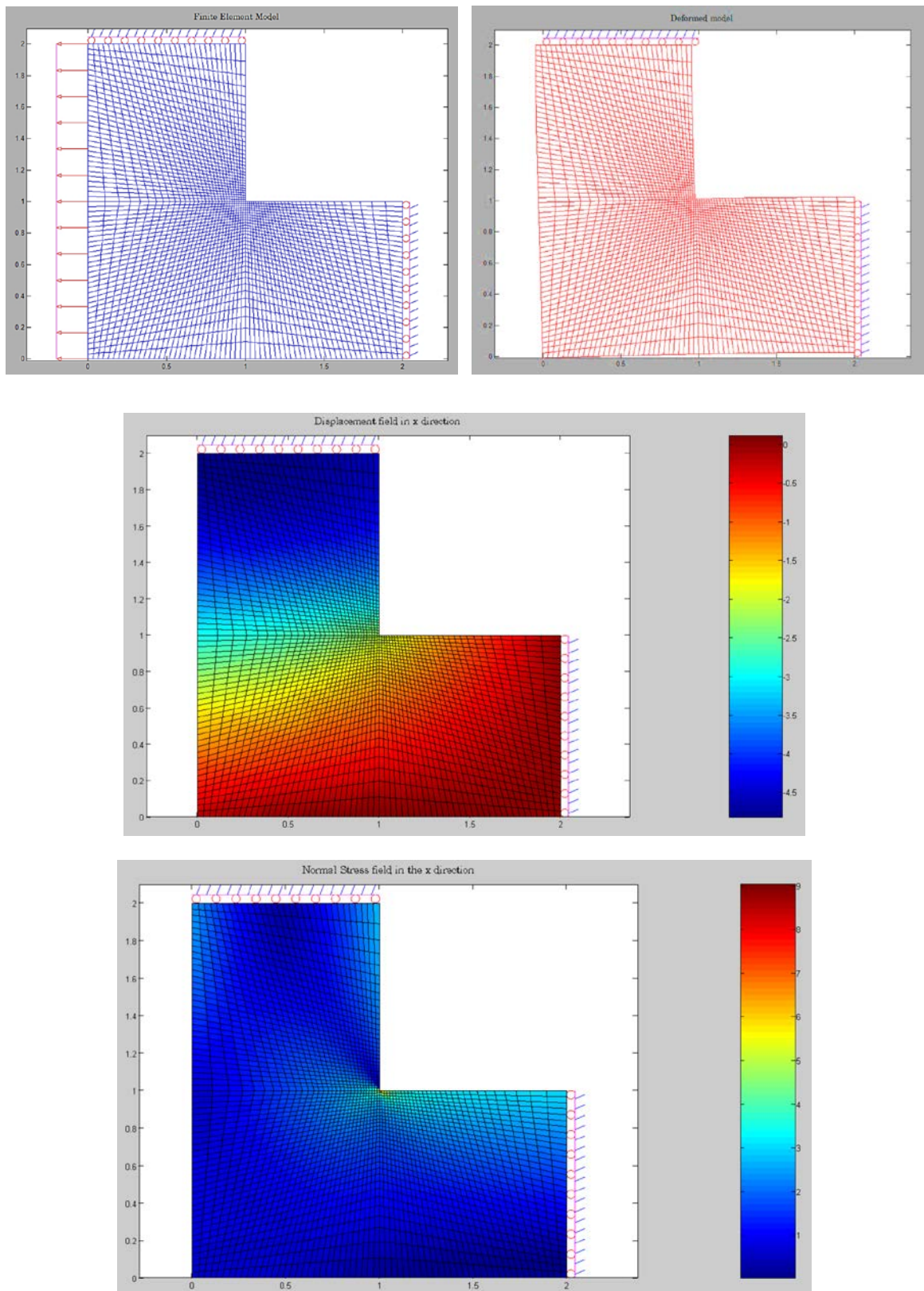
$$\frac{1}{2} \|u\|_{E(\Omega)}^2 = 4.15454423 \frac{\sigma_\infty^2 a^2}{E} \quad (4.75)$$

Thế các giá trị σ_∞ , a , E đã cho vào công thức (4.75), kết quả năng lượng biến dạng chính xác: $\frac{1}{2} \|u\|_{E(\Omega)}^2 = 2.077272115$ (kJ)

Kết quả phân tích phần tử hữu hạn



Hình 4.11. Mô hình phần tử hữu hạn lưới đều (uniform mesh)



Hình 4.12. Kết quả phần tử hữu hạn grade mesh

Bảng 4.4. Kết quả sai số tương đối của h-refinement (uniform mesh) và h-refinement (grade mesh)

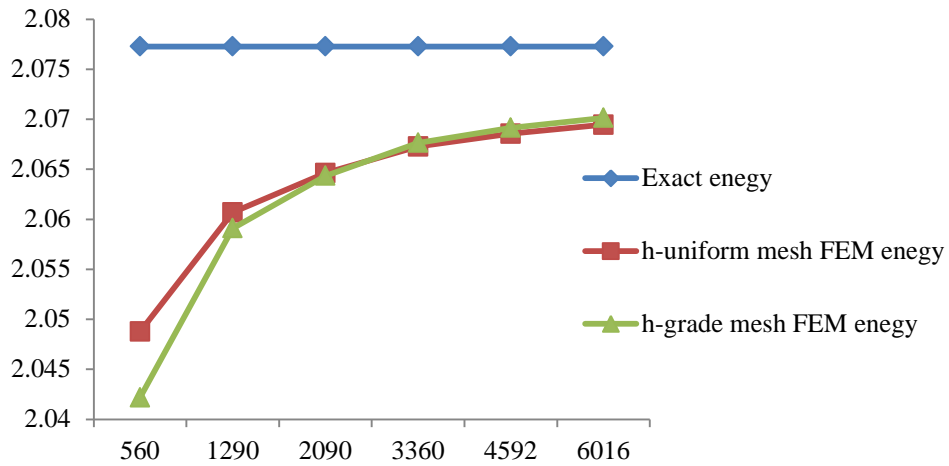
Mesh	Số phần tử	Dofs	h-refinement (uniform mesh)				h-refinement (grade mesh)			
			$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)	$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)
18x18x1	243	560	2.04877	0.755	2.850	8.128	2.04218	0.779	3.510	9.018
28x28x1	588	1290	2.06068	4.702	1.659	6.201	2.05910	4.771	1.817	6.490
36x36x1	972	2090	2.06462	18.933	1.265	5.415	2.06435	18.652	1.293	5.473
46x46x1	1587	3360	2.06727	75.811	1.000	4.814	2.06765	75.390	0.962	4.722
54x54x1	2187	4592	2.06856	194.197	0.871	4.493	2.06915	191.501	0.812	4.338
62x62x1	2883	6016	2.06945	439.790	0.782	4.257	2.07014	427.941	0.713	4.064

Bảng 4.5. Kết quả sai số tương đối của p-refinement (uniform mesh) và p-refinement (grade mesh)

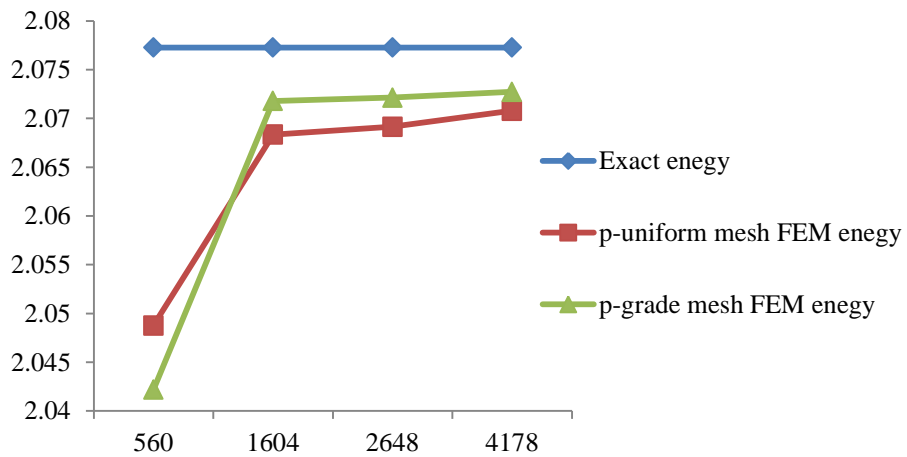
Mesh	Số phần tử	Dofs	p-refinement (uniform mesh)				p-refinement (grade mesh)			
			$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)	$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)
18x18x1	243	560	2.04877	0.755	2.850	8.128	2.04218	0.735	3.510	9.018
18x18x2	243	1604	2.06834	3.668	0.893	4.549	2.07179	3.596	0.548	3.564
18x18x3	243	2648	2.06915	10.055	0.812	4.338	2.07214	9.848	0.513	3.448
18x18x4	243	4178	2.07079	27.926	0.648	3.876	2.07273	27.917	0.454	3.243

Bảng 4.6. Kết quả sai số tương đối của h-p-refinement (uniform mesh) và h-p-refinement (grade mesh)

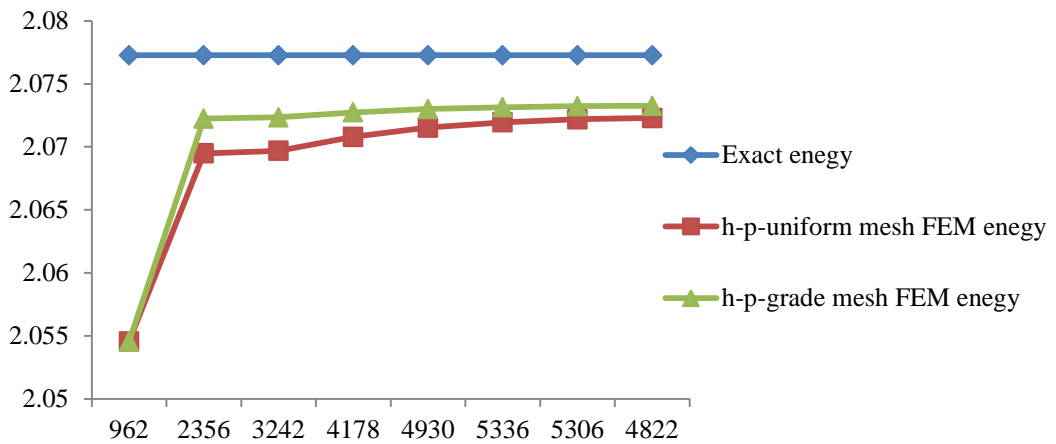
Mesh	Số phần tử	Dofs	h-p-refinement (uniform mesh)				h-p-refinement (grade mesh)			
			$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)	$\frac{1}{2} \ u\ _{E(\Omega)}^2$ FEM	Thời gian (s)	η_{FEM} (%)	$\tilde{\eta}_{extra}$ (%)
24x24x1	432	962	2.05455	2.211	2.272	7.257	2.05455	2.175	2.272	7.257
22x22x2	363	2356	2.06948	10.506	0.779	4.249	2.07224	10.331	0.503	3.413
20x20x3	300	3242	2.06968	18.376	0.759	4.194	2.07234	17.814	0.493	3.382
18x18x4	243	4178	2.07079	28.213	0.648	3.876	2.07273	28.046	0.454	3.243
16x16x5	192	4930	2.07152	36.201	0.575	3.650	2.07299	35.661	0.428	3.148
14x14x6	147	5336	2.07195	38.891	0.532	3.512	2.07314	38.259	0.413	3.093
12x12x7	108	5306	2.07218	33.953	0.509	3.434	2.07322	34.050	0.405	3.063
10x10x8	75	4822	2.07229	24.108	0.499	3.399	2.07325	23.797	0.402	3.053



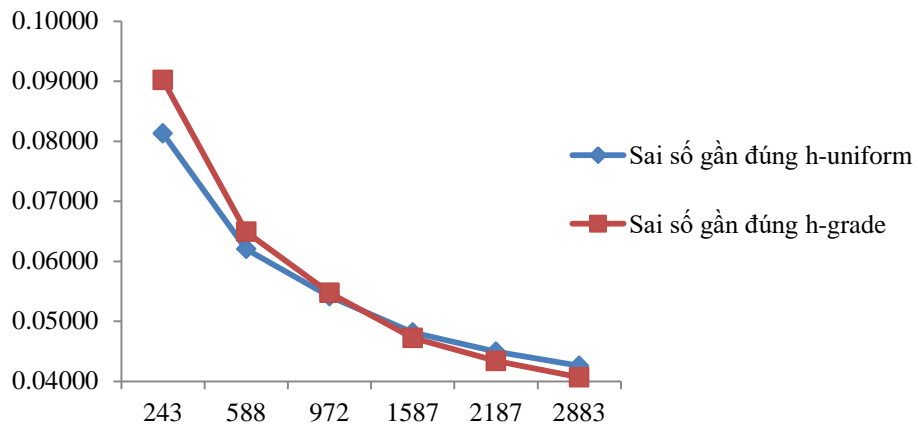
Hình 4.13. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h-refinement



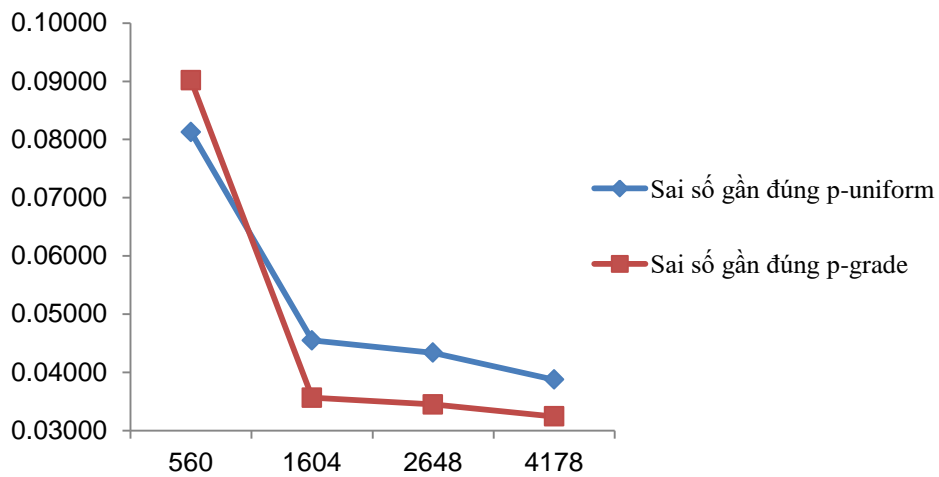
Hình 4.14. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của p-refinement



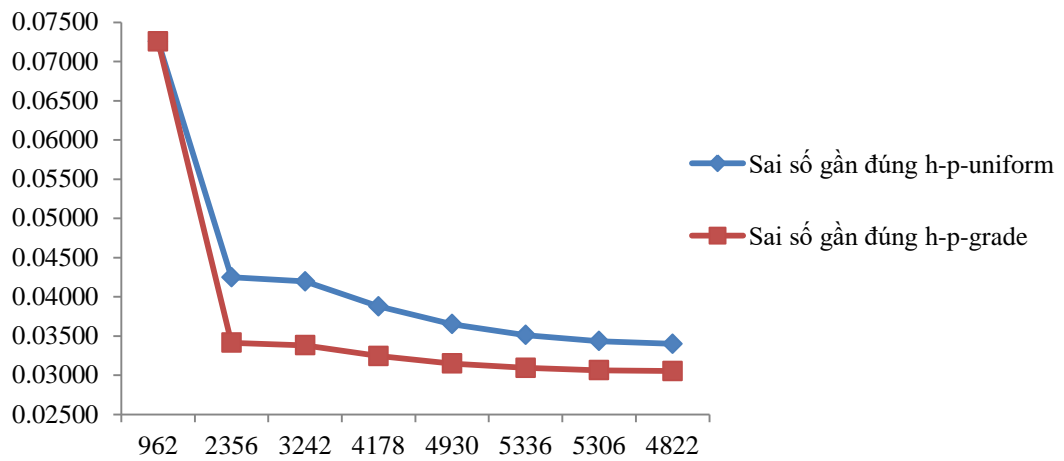
Hình 4.15. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h-p-refinement



Hình 4.16. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của h-refinement



Hình 4.17. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của p-refinement



Hình 4.18. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số gần đúng của h-p-refinement

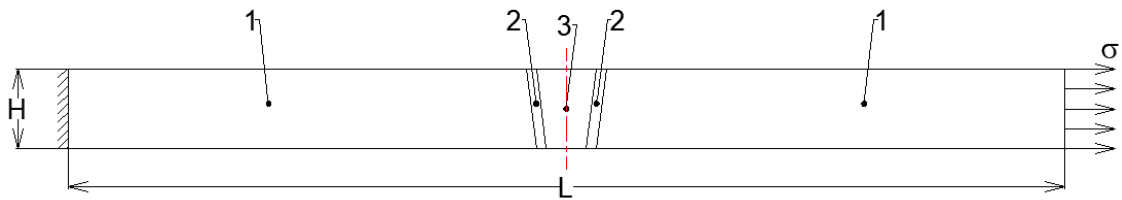
Nhận xét:

Thông qua Hình 4.16 – Hình 4.18, cho thấy tốc độ hội tụ của sai số gần đúng $\tilde{\eta}_{extra}$ rất nhanh và đạt độ ổn định cao trong trường hợp phương pháp phần tử hữu hạn với h-p- refinement.

Giá trị của sai số gần đúng $\tilde{\eta}_{extra}$ trong trường hợp phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement tiệm cận đến 4% (Bảng 4.4), đạt giá trị lân cận 3% (Bảng 4.6) khi lưới được tinh chỉnh và tăng số bậc phần tử trong việc sử dụng kỹ thuật ngoại suy Richardson. Đây là công cụ được đánh giá hiệu quả, có độ tin cậy cao.

4.3.2. Ứng dụng 2: Bài toán mối hàn giáp mối thép AISI 1018 bằng laser chịu kéo

Tham khảo Hình 1 & 2 trong [11], nghiên cứu sinh đề xuất mô hình hàn laser chịu kéo thể hiện trong Hình 4.19:



(1) Vùng kim loại nền (2) Vùng ảnh hưởng nhiệt (3) Vùng hàn

Hình 4.19. Mô hình hàn laser chịu kéo

Vật liệu kim loại nền là thép AISI 1018 với mô-đun đàn hồi $E = 205 \text{ GPa}$, và hệ số Poissons $\nu = 0.29$ ([109, 110])

Thông số hàn: công suất laser 9.5 kW, tốc độ hàn 10-15 mm/s, nguồn nhiệt đầu vào 950 J/mm [11]

Kích thước trong hình 4.19 lần lượt: là $L = 100 \text{ mm}$, $H = 8 \text{ mm}$ và $t = 1 \text{ mm}$.

Độ bền kéo của mối hàn laser sau khi kiểm tra: $\sigma = 562 \text{ MPa}$ [11]

Thể tích $V = L \times H \times t = 800 \text{ mm}^3$

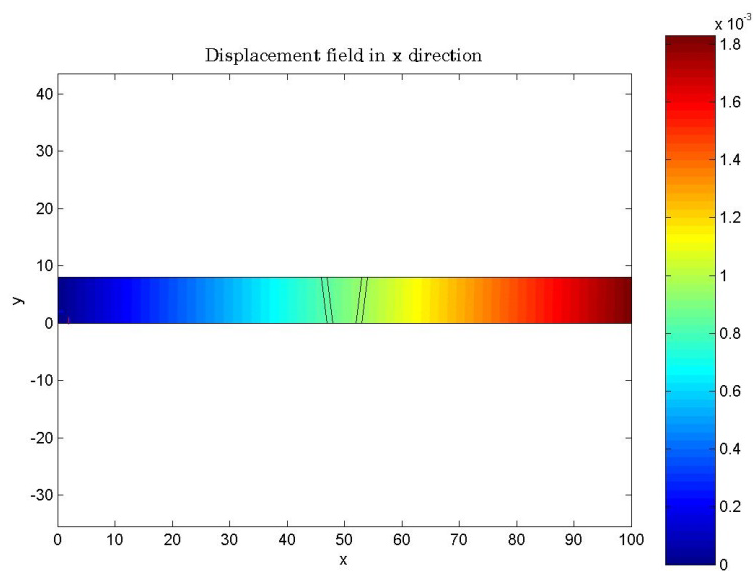
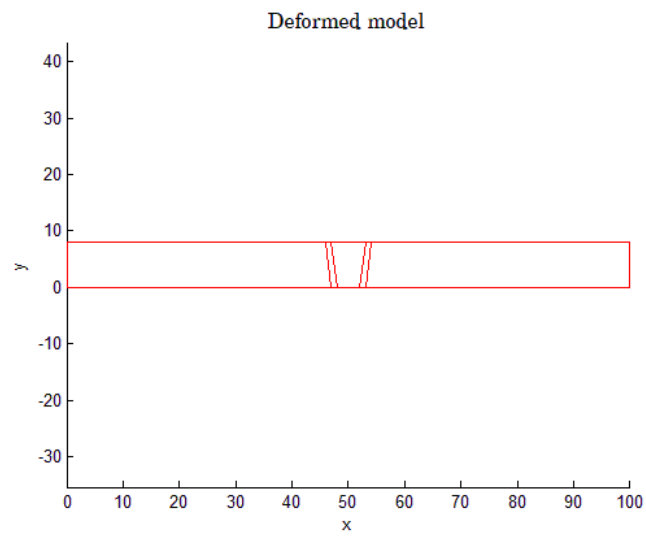
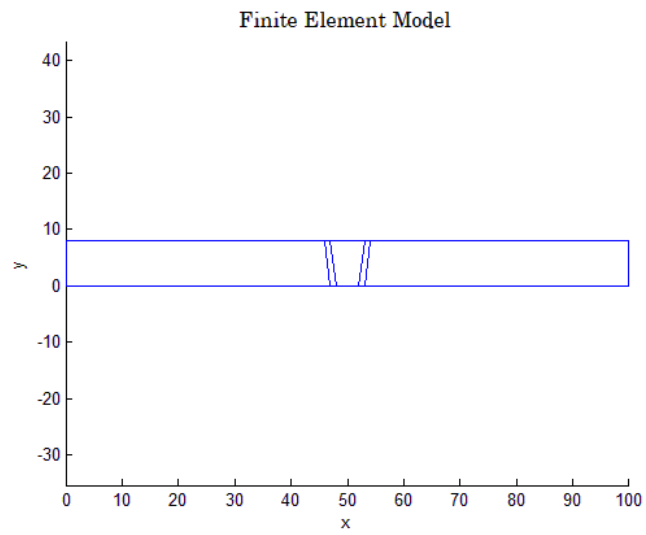
Theo [111, 112], năng lượng chính xác U tính theo công thức:

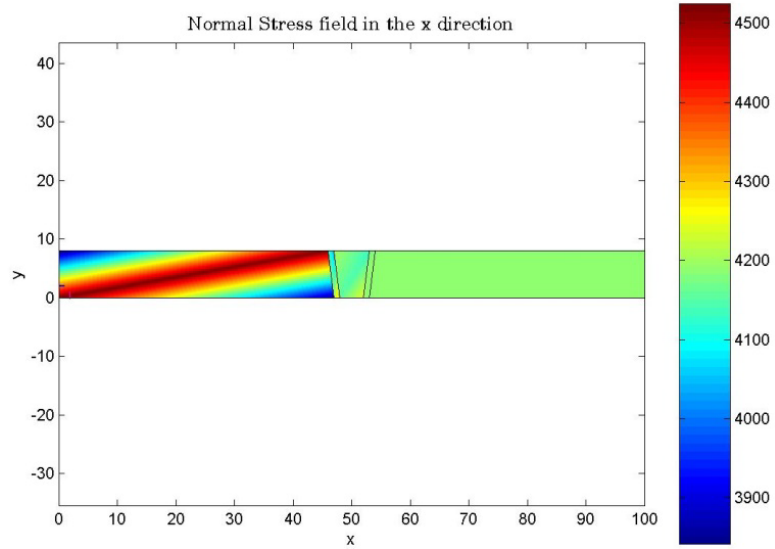
$$U = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 V}{E} \quad (4.76)$$

\Rightarrow Giá trị của năng lượng chính xác là $U = 0.616281 \text{ kJ}$

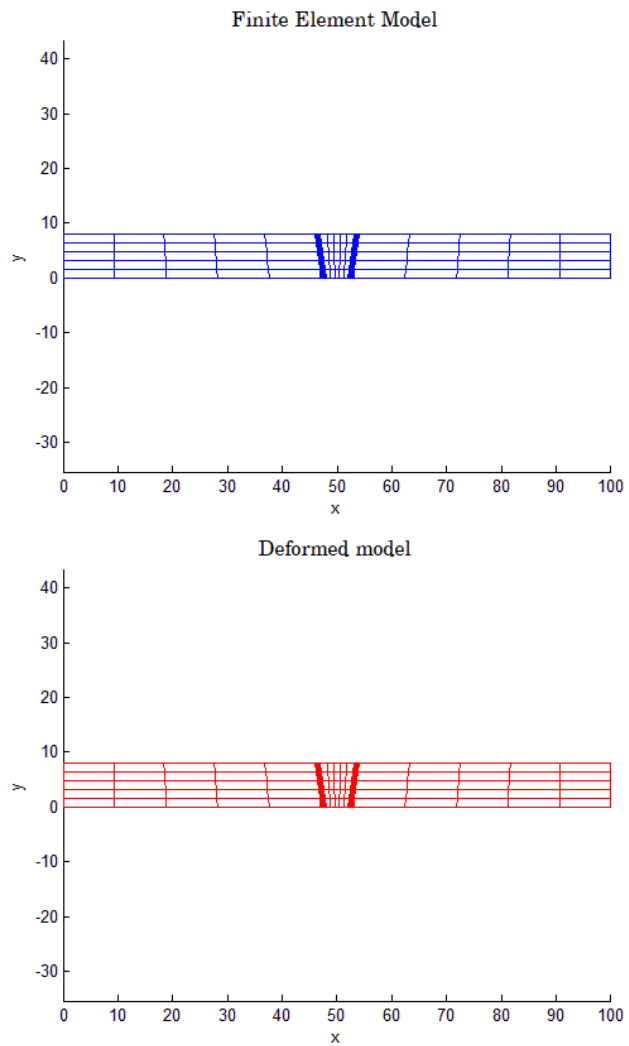
Phân tích phần tử hữu hạn được thực hiện trong trường hợp biến dạng phẳng.

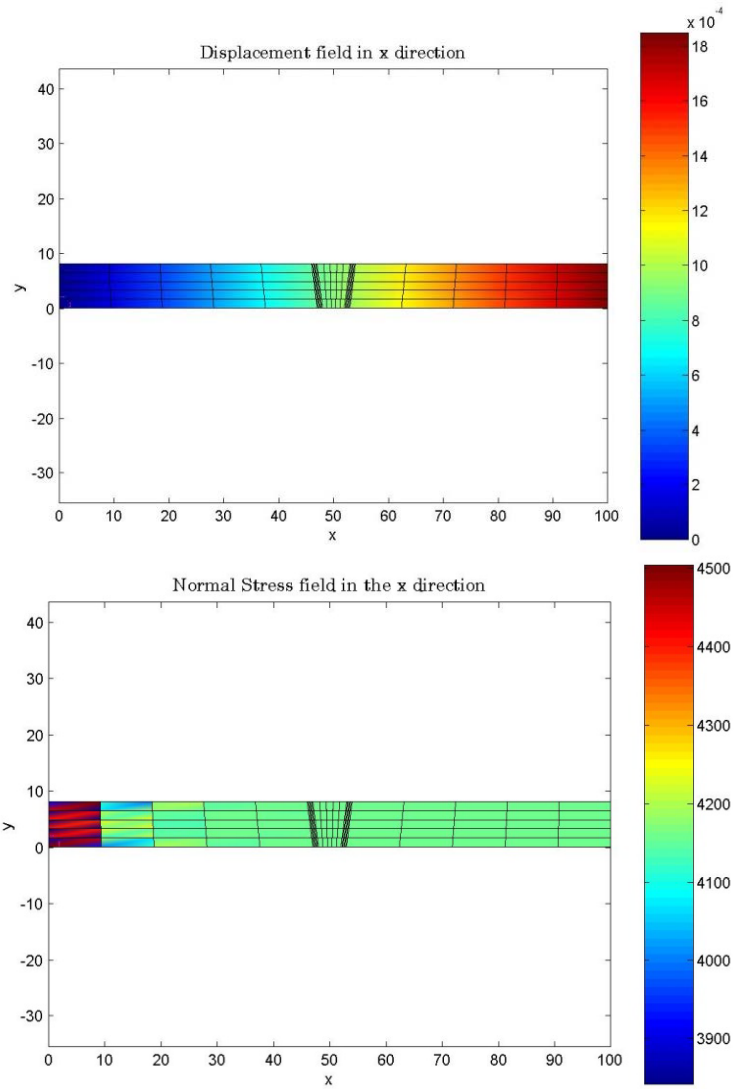
a. Kết quả h- refinement



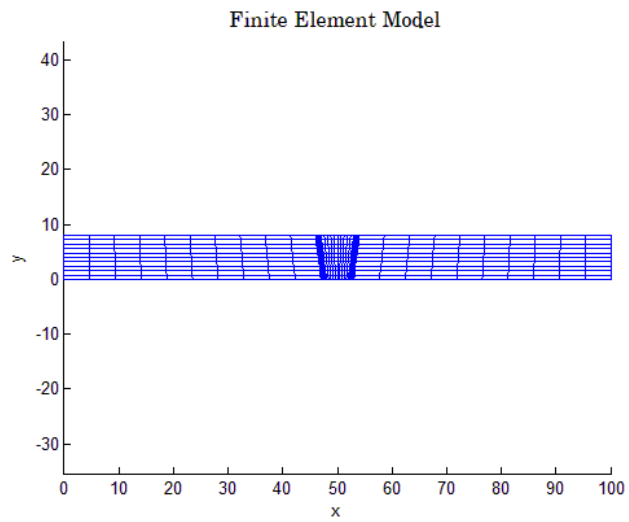


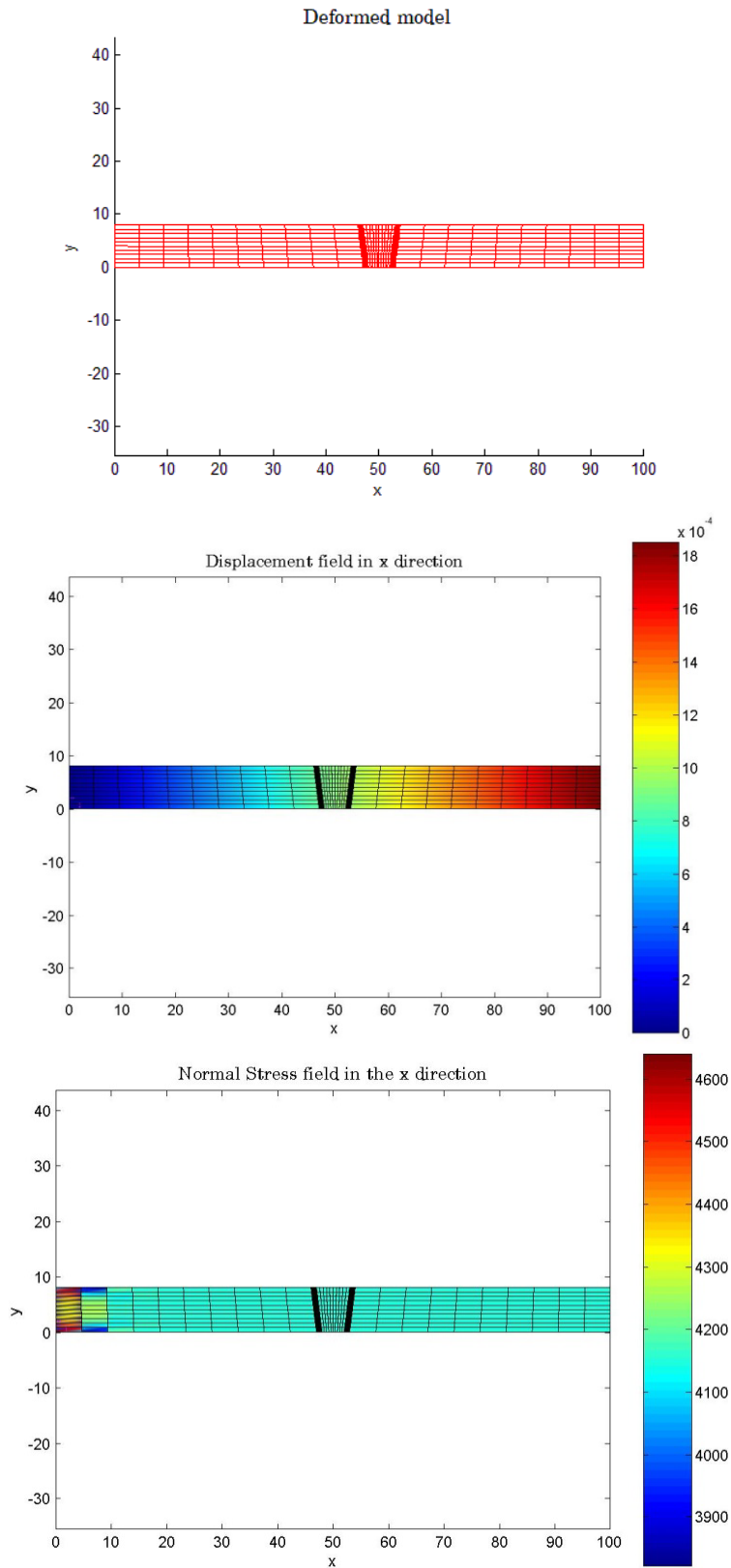
Hình 4.20. Mô hình và kết quả phân tử hữu hạn lưới $1 \times 1 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)





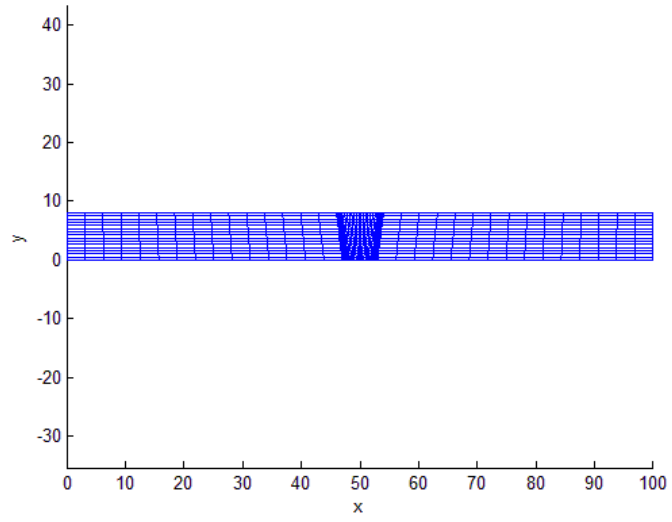
Hình 4.21. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $5 \times 5 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)



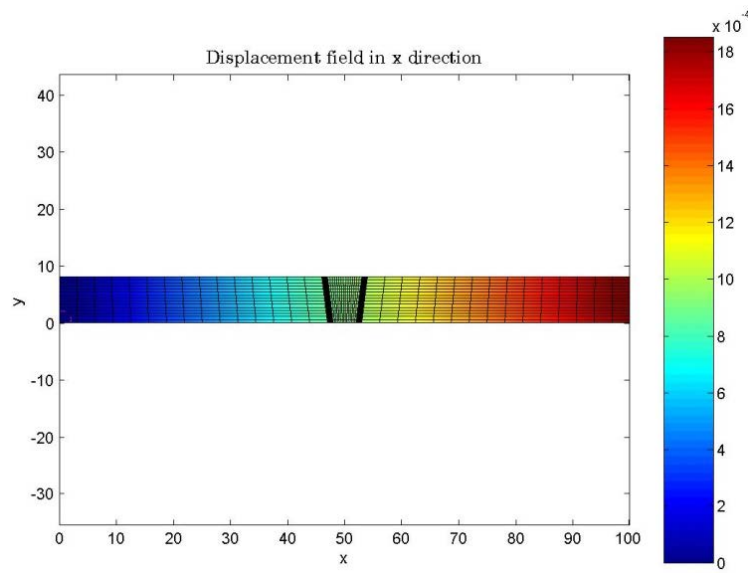
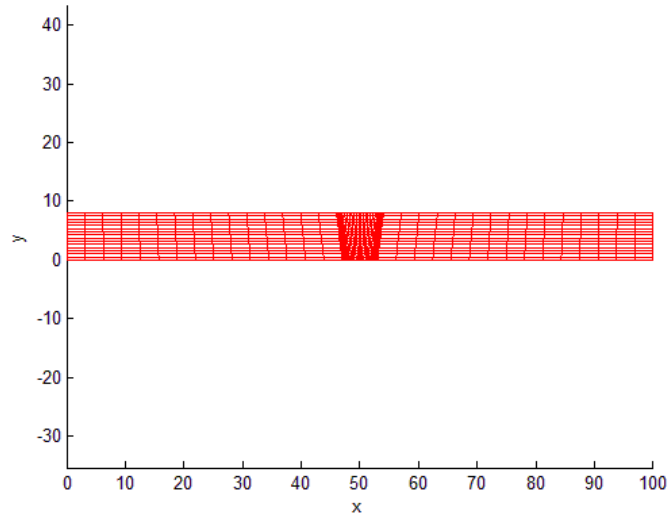


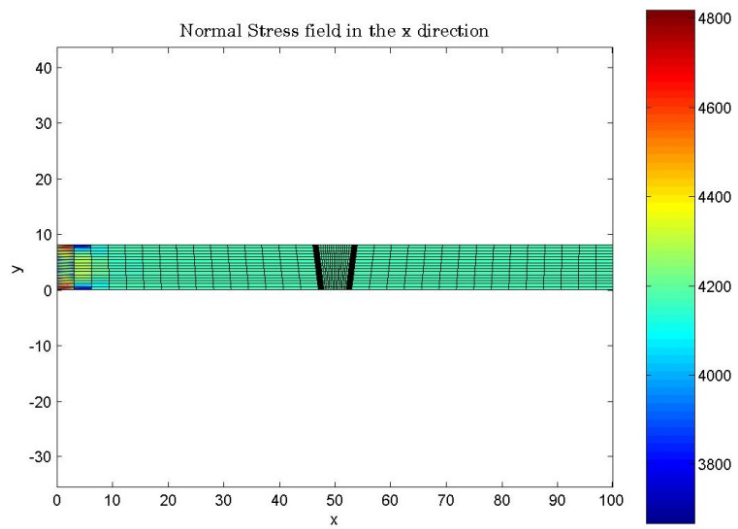
Hình 4.22. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $10 \times 10 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)

Finite Element Model

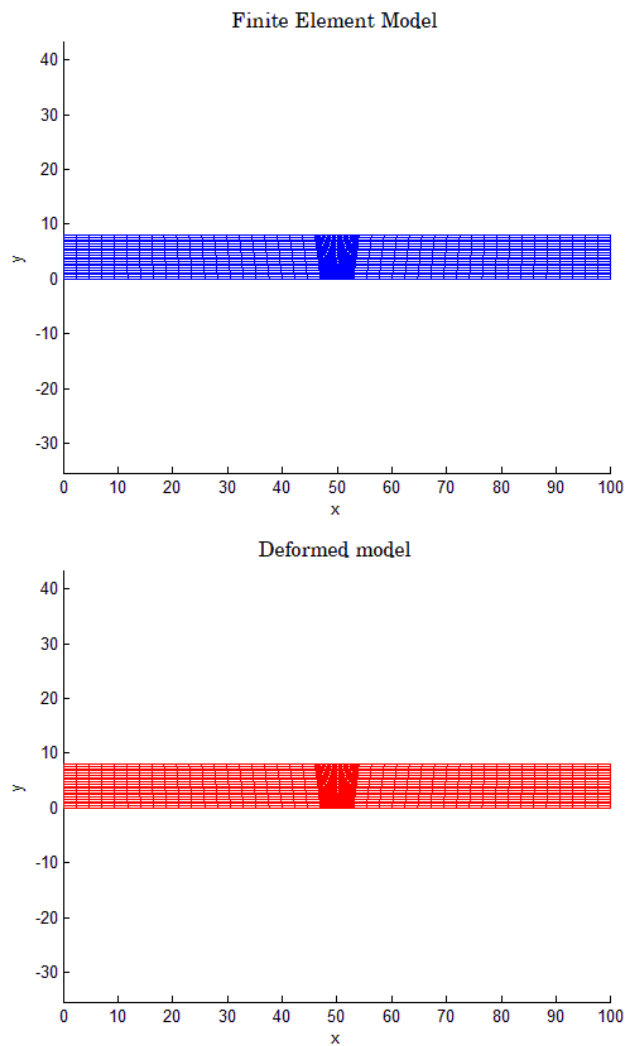


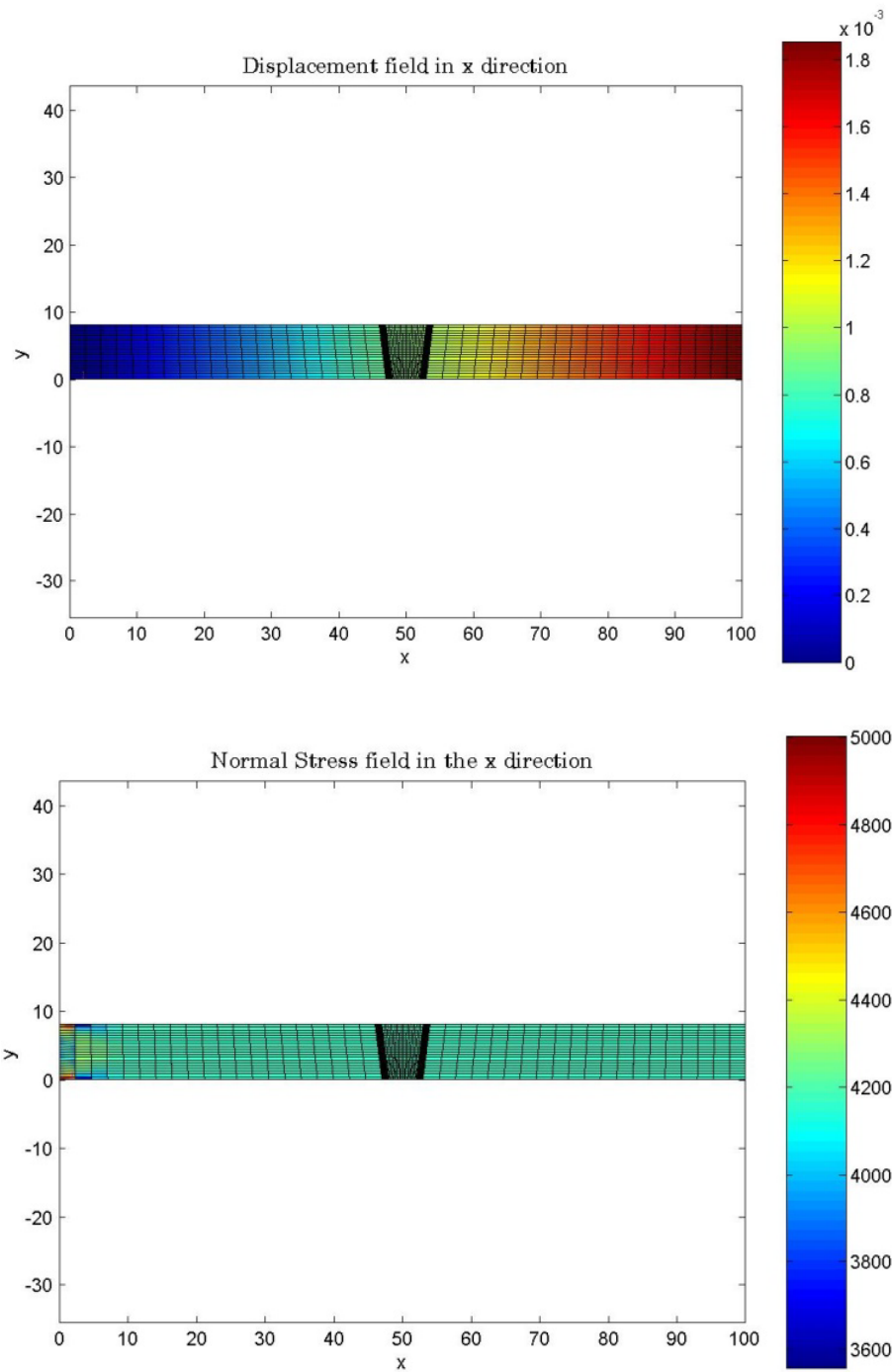
Deformed model





Hình 4.23. Mô hình và kết quả phân tử hữu hạn lưới $15 \times 15 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)



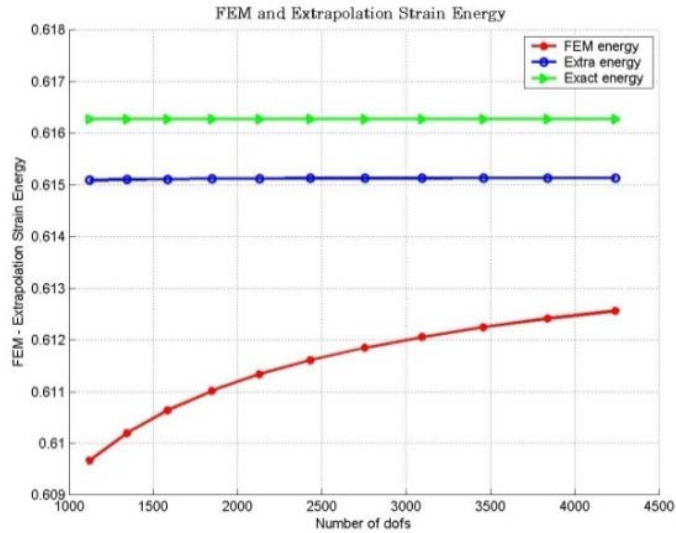


Hình 4.24. Mô hình và kết quả phần tử hữu hạn lưới $20 \times 20 \times 1$ của h- refinement (uniform mesh)

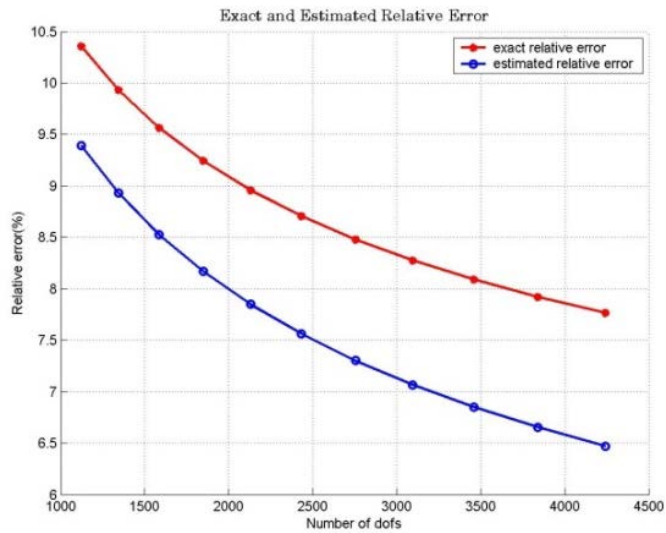
Bảng 4.7. Kết quả sai số tương đối, chỉ số hiệu dụng, chỉ số đều của h- refinement (uniform mesh)

Luới	Số phần tử	Dofs	Năng lượng biến dạng FEM (kJ)	Năng lượng biến dạng EXTRA (kJ)	CPU time (s)
10×10	500	1122	0.614324438	0.6151587149	4.311
11×11	605	1344	0.614415158	0.6151357316	6.466
12×12	720	1586	0.614489235	0.6151203606	10.007
13×13	845	1848	0.614550606	0.6151100296	15.431
14×14	980	2130	0.614602102	0.6151028451	23.057
15×15	1125	2432	0.614645795	0.6150978253	33.682
16×16	1280	2754	0.614683239	0.6150942646	49.702
17×17	1445	3096	0.614715611	0.6150917687	66.657
18×18	1620	3458	0.614743821	0.6150899289	92.058
19×19	1805	3840	0.614768580	0.6150885422	122.959
20×20	2000	4242	0.614790452	0.6150875415	166.091

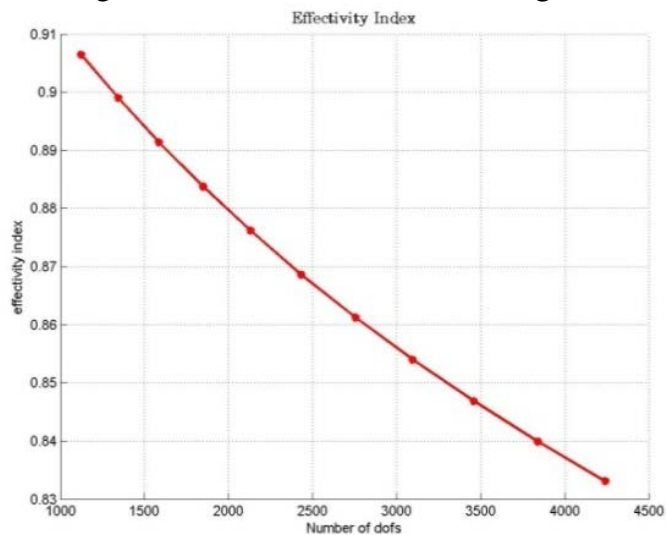
Dofs	η_{FEM} (%)	η_{extra} (%)	θ	$\bar{\theta}$	SD
1122	5.634525995	3.682658519	0.653588	0.535667	0.019528
1344	5.502347809	3.422580574	0.622022		
1586	5.392015867	3.203154843	0.594055		
1848	5.298867385	3.015739461	0.569129		
2130	5.219426836	2.853210237	0.546652		
2432	5.151060698	2.710887540	0.526278		
2754	5.091743887	2.585019044	0.507688		
3096	5.039898373	2.472948899	0.490674		
3458	4.994279531	2.372119294	0.474967		
3840	4.953894817	2.280763997	0.460398		
4242	4.917944624	2.197735303	0.446881		



Hình 4.25. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của h- refinement



Hình 4.26. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số tương đối của h- refinement

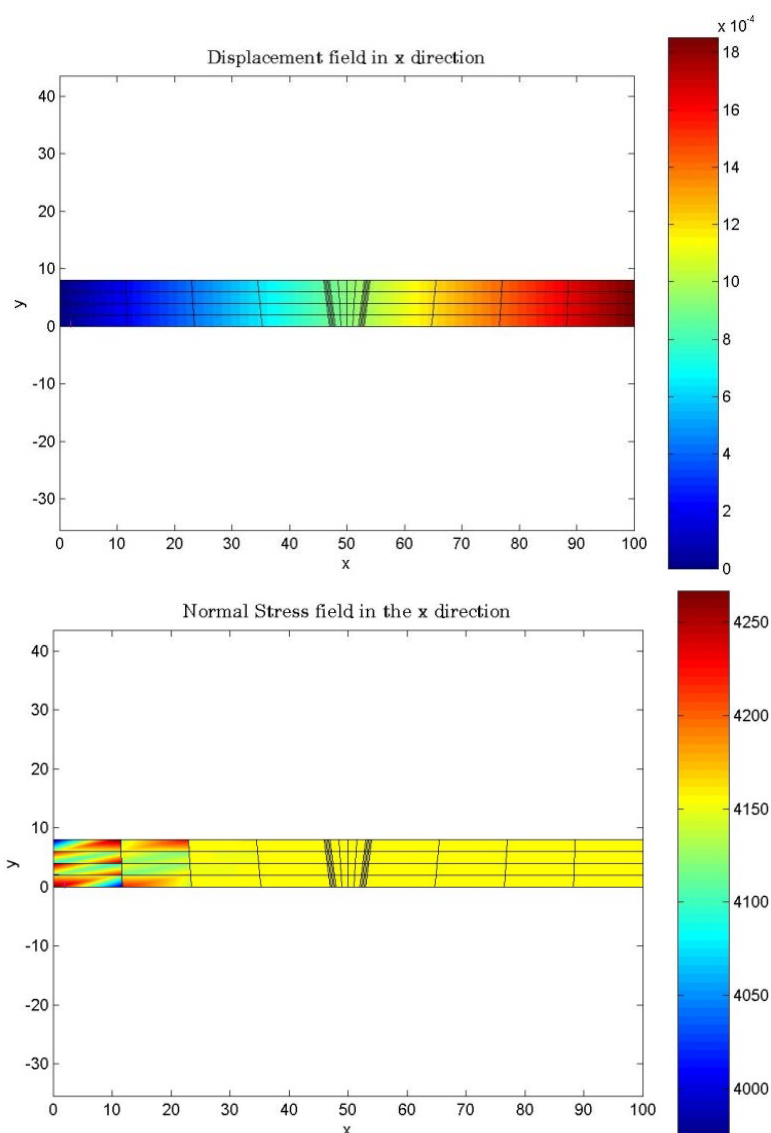


Hình 4.27. Quan hệ giữa số bậc tự do và chỉ số hiệu dụng của h- refinement

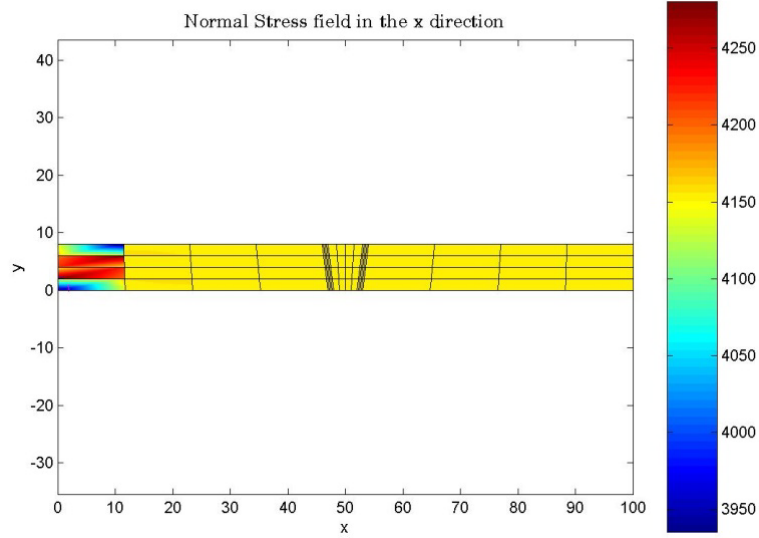
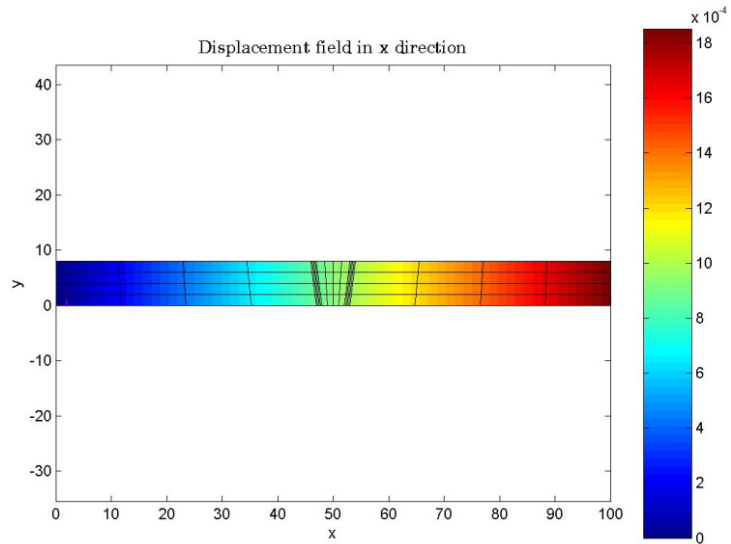
Nhận xét: Tương ứng với kích thước lưới, số phần tử, số bậc tự do, Bảng 4.7 cho thấy kết quả sai số tương đối của năng lượng biến dạng là $5.634525995 \geq \eta_{h-FEM} (\%) \geq 4.917944624$, $3.682658519 \geq \eta_{h-extra} (\%) \geq 2.197735303$, chỉ số hiệu dụng θ trong khoảng $(0.653 - 0.446)$, $\bar{\theta}_{h-refinement} = 0.535667$ và chỉ số điều $SD_{h-refinement} = 0.019528$. Kết quả này là rất khả thi, **thỏa mãn** $1 \leq \eta (\%) \leq 10$, $\theta \leq 1.2$, $SD \leq 0.2$ ([94]).

Hình 4.27 cho thấy tốc độ hội tụ của trường hợp h- refinement là rất tốt.

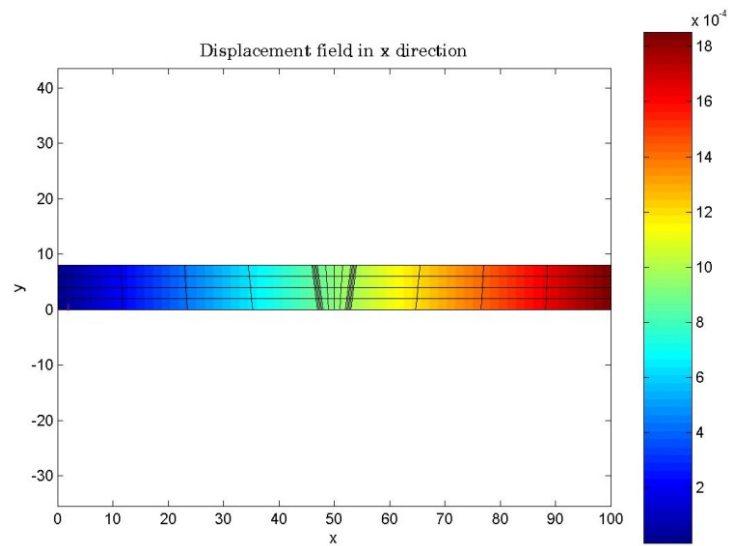
b. Kết quả p- refinement

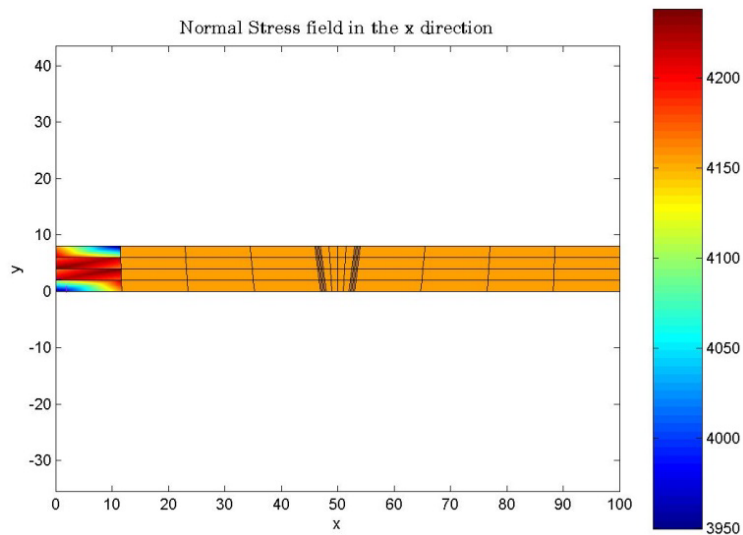


Hình 4.28. Kết quả phân tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 2$ của p- refinement (uniform mesh)



Hình 4.29. Kết quả phần tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 5$ của p- refinement (uniform mesh)



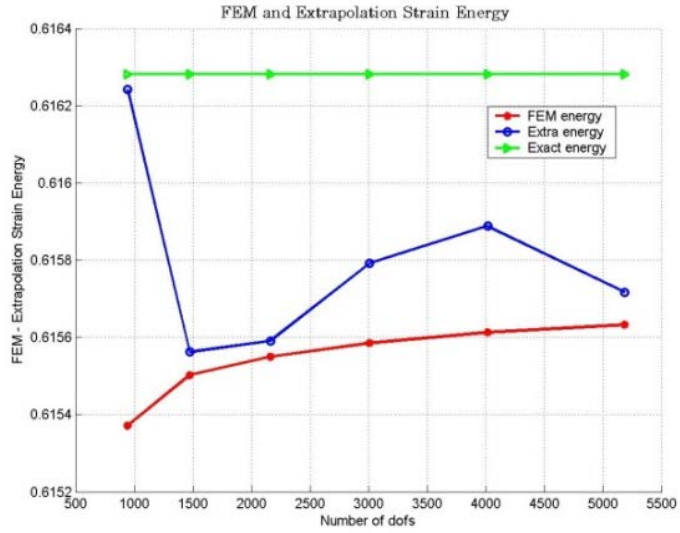


Hình 4.30. Kết quả phần tử hữu hạn lưới $4 \times 4 \times 8$ của p- refinement (uniform mesh)

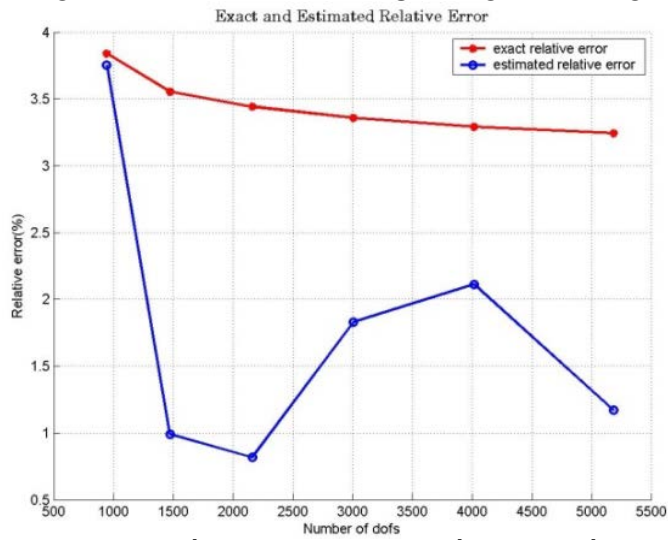
Bảng 4.8. Kết quả sai số tương đối, chỉ số hiệu dụng, chỉ số đều của p- refinement (uniform mesh)

Bậc đa thức	Số phần tử	Dofs	Năng lượng biến dạng FEM (kJ)	Năng lượng biến dạng EXTRA (kJ)	CPU time (s)
3	80	946	0.6153716271	0.6162412117	1.338
4		1474	0.6155020466	0.6155621713	2.509
5		2162	0.6155502623	0.6155911812	5.415
6		3010	0.6155853998	0.6157916617	11.768
7		4018	0.6156130668	0.6158877709	24.952
8		5186	0.6156326251	0.6157169343	49.870

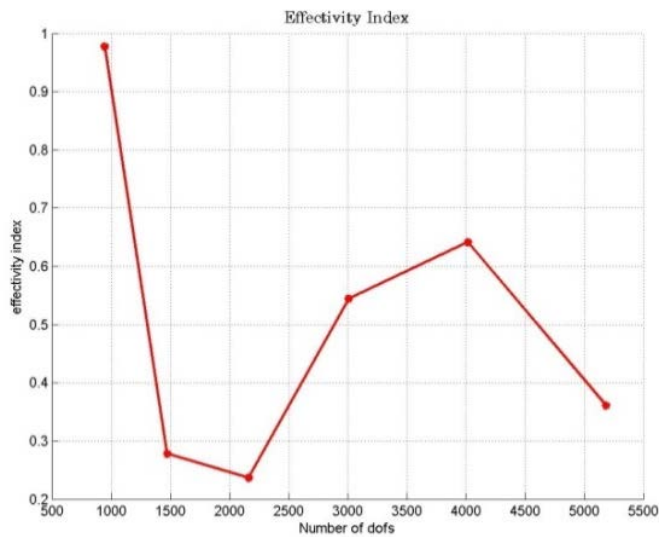
Dofs	η_{FEM} (%)	η_{extra} (%)	θ	$\bar{\theta}$	SD
946	3.841329993	3.756475407	0.977910103	0.506616	0.103834
1474	3.555218998	0.988304002	0.277986814		
2162	3.443430762	0.815296901	0.23676878		
3010	3.359622269	1.830174929	0.544756161		
4018	3.292131168	2.111941071	0.641511824		
5186	3.243573294	1.170165056	0.360764179		



Hình 4.31. Quan hệ giữa số bậc tự do và năng lượng biến dạng của p- refinement



Hình 4.32. Quan hệ giữa số bậc tự do và sai số tương đối của p- refinement



Hình 4.33. Quan hệ giữa số bậc tự do và chỉ số hiệu dụng của p- refinement

Nhận xét: Tương ứng với kích thước lưới, số phần tử, số bậc tự do, Bảng 4.8 cho thấy kết quả sai số tương đối của năng lượng biến dạng là $3.841329993 \geq \eta_{p-FEM}(\%) \geq 3.243573294$, $3.756475407 \geq \eta_{p-extra}(\%) \geq 0.815296901$, chỉ số hiệu dụng θ trong khoảng $(0.9773 - 0.236)$, $\bar{\theta}_{p-refinement} = 0.506616$ và chỉ số đều $SD_{p-refinement} = 0.103834$. Kết quả này là rất khả thi, **thỏa mãn $1 \leq \eta(\%) \leq 10$, $\theta \leq 1.2$, $SD \leq 0.2$** ([94])

Từ Hình 4.27 và Hình 4.33: Mặc dù đường cong hội tụ của h- refinement mịn hơn, nhưng p- refinement cho thấy tốc độ hội tụ nhanh hơn nhiều với số lượng phần tử, bậc tự do ít hơn và chi phí tính toán thấp hơn.

Chương 5

KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN

Kết quả đề tài luận án là cơ sở để phát triển các bài toán phức tạp hơn, thậm chí cả bài toán 3D, cũng như áp dụng có các vật liệu khác nhau. Đồng thời, luận án cũng góp phần rút ngắn khoảng cách giữa mô phỏng và thực nghiệm; nhằm tiết kiệm vật liệu, công sức, thời gian; đem lại hiệu quả, năng suất cao trong tiến hành thí nghiệm và thực tế sản xuất. Cụ thể như sau:

➤ Phương pháp tuần tự (sequential method) được sử dụng để xác định ngược giá trị hệ số hấp thụ và kích thước mối hàn điểm bằng laser. Hai ứng dụng với giá trị hệ số hấp thụ là hằng số và hệ số hấp thụ là hàm số mũ theo thời gian gia nhiệt được thực hiện, cho thấy việc **xác định ngược hệ số này bằng phương pháp đề xuất đạt sai số nhỏ hơn 1.5%**. Đồng thời, giá trị kích thước mối hàn: chiều rộng và chiều sâu mối hàn đạt sai số lần lượt là nhỏ hơn 0.3% và 0.5 % so với giá trị mong muốn.

Tuy nhiên, thông tin nhiệt độ của cảm biến được trích xuất từ bài toán thuận khi hệ số hấp thụ được giả định biết trước và sai số đo lường cũng được đưa vào bằng việc sử dụng các công thức lý thuyết về xác suất. **Hướng phát triển: tiến hành thực nghiệm nhằm đo đạt trường nhiệt độ thực tế và kiểm nghiệm kết quả tính toán mô phỏng** để chứng minh cho bài toán cả về lý thuyết và thực tiễn

➤ Thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến (MDE – Modified Differential Evolution), thuật toán di truyền (GA – Genetic Algorithm) và thuật toán JAYA được sử dụng để thực hiện **tối ưu hóa ngược thông số đầu vào của mối hàn laser cho thép không gỉ AISI 416 và AISI 440FSe nhằm đạt được kích thước mối hàn (kích thước mối hàn được cài đặt trước):** bề rộng mối hàn - Weld Zone Width ‘WZW_{ref}’ (μm) và độ ngấu mối hàn - Weld Penetration Depth ‘WPD_{ref}’ (μm). Kết quả tối ưu các tham số đầu vào: công suất laser - Laser Power ‘LP’ (W), tốc độ hàn - Welding Speed ‘WS’ (m/min), và đường kính sợi quang - Fiber Diameter ‘FD’ (μm) của thuật toán GA với trọng số $\lambda = 0.1$ được so sánh với với kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] với sai số tương ứng là 1,89%, 4,80% và 2,92%. Bên cạnh đó, luận án cũng trình

bày so sánh kết quả tối ưu giữa ba giải thuật ngẫu nhiên nêu trên: Thuật toán MDE có chất lượng và hiệu quả vượt trội so với các thuật toán JAYA và GA. Kết quả tối ưu của thuật toán MDE tiếp tục được so sánh với với kết quả thực nghiệm đo đạt bởi Khan [31] với sai số dưới 10%.

Bên cạnh đó, giá trị của trọng số λ trong hệ phương trình (3.4) được chọn ngẫu nhiên và thay đổi trị số bằng tay. **Hướng phát triển:** thực hiện tối ưu hóa đa mục tiêu các thông số đầu vào và trọng số λ ; sử dụng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến (MDE – Modified Differential Evolution) tối ưu bộ trọng số của mô hình mạng nơ-rôn nhân tạo (Artificial neural networks – ANN) để nhận dạng thông số đầu vào nhằm kiểm soát kích thước mối hàn cần đạt.

➤ Giải thuật tự động phát sinh lưới và tự động tăng bậc đa thức xấp xỉ được thực hiện giúp cho công việc tính toán linh hoạt và đa dạng. Phương pháp phần tử hữu hạn với h- refinement và p-refinement được đề xuất trong luận án này. Kết quả giá trị sai số chuẩn năng lượng biến dạng $\tilde{\eta}_{extra}$ cho bài toán lỗ vuông trong tấm vô hạn chịu kéo bằng phương pháp phần tử hữu hạn với h- p- refinement đạt giá trị lân cận 3%. Đồng thời, việc **đánh giá độ tin cậy phương pháp phần tử hữu hạn với h-refinement và p-refinement cho mối hàn giáp mối thép AISI 1018 bằng laser** đã đem lại kết quả rất khả quan. Số lượng lưới được khảo sát cho h- và p- refinement lần lượt là 11 (bậc đa thức $p = 1$) và 6 (bậc đa thức $p = 3 \div 8$). Kết quả giá trị sai số tương đối nằm trong phạm vi cho phép, dưới 10%. Ngoài ra, với kỹ thuật ngoại suy Richardson đã đạt được giá trị rất khả thi: sai số tương đối $\eta_{extra}^{max}(\%) = 3.756475407$ & $\eta_{extra}^{min}(\%) = 0.815296901$, chỉ số hiệu dụng $\bar{\theta}_{h-refinement} = 0.535667$ & $\bar{\theta}_{p-refinement} = 0.506616$ và chỉ số đều $SD_{h-refinement} = 0.019528$ & $SD_{p-refinement} = 0.103834$, thỏa mãn: $1 \leq \eta(\%) \leq 10$, $\theta \leq 1.2$, $SD \leq 0.2$ [94].

Hướng phát triển: áp dụng tích hợp h- và p- refinement, phân tích ngược bài toán nhằm lựa chọn phù hợp loại vật liệu, giá trị tải trọng cho mối hàn nêu trên nhằm tạo ra kết cấu nhỏ gọn, và đồng thời mở rộng cho một số bài toán ba chiều trong thực tế.

CÔNG TRÌNH CÔNG BỐ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU CỦA ĐỀ TÀI LUẬN ÁN

1. **01 (một)** bài báo đăng trên **tạp chí quốc tế** trong danh mục **ESCI, Web of Science: JMCMS** ISSN (Print) 0973 – 8975, ISSN (Online) 2454 – 7190, General IF 2.6243) (**Công bố sau khi báo cáo cấp Cơ sở**)
2. **01 (một)** bài báo **tạp chí trong nước**: Vietnam **Journal** of Mechanics (**VJMech**) ISSN 0866 – 7136 (**Công bố sau khi báo cáo cấp Cơ sở**)
3. **02 (hai)** bài báo đăng trên **tạp chí quốc tế khác** có mã số ISSN không thuộc danh mục Web of Science/Scopus: **IJIRAE** ISSN 2349 – 2163; **IRJCS** ISSN 2393 – 9842
4. **02 (hai)** bài báo **Hội nghị quốc tế**: **ACOME2017; ICCM2018**: ISSN 2374 – 3948 (Online)
5. **01 (một)** bài báo **Hội nghị trong nước**: **CivilTech 3** ISBN 978 – 604 – 73 – 6847 – 1

[1] **Long Nguyen-Nhut-Phi**, Son Nguyen-Hoai*, Quan Nguyen, Phong Le-Thanh, Dai Mai-Duc, “*The reliable estimation for the laser weld by the h- and p- refinement of the Finite Element Method*”, **Journal** of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences (JMCMS), ISSN (Print) 0973 – 8975, ISSN (Online) 2454 – 7190, General IF 2.6243, Vol. 15, 05/2020, 37-48 (DOI: <https://doi.org/10.26782/jmcms.2020.05.00003>)

<http://www.journalimcms.org/journal/the-reliable-estimation-for-the-laser-weld-by-the-h-and-p-refinement-of-the-finite-element-method/>

(Bài báo khoa học Chương 4)

[2] **Long Nguyen-Nhut-Phi**, Son Nguyen-Hoai*, Quan Nguyen, “*Determining of the laser heat conduction flux for three dimensional model by the sequential method*”, Vietnam **Journal** of Mechanics, ISSN 0866 – 7136, Vol. 42, No. 2 (2020), pp. 95 – 103 (DOI: <https://doi.org/10.15625/0866-7136/13753>)

<http://vjs.ac.vn/index.php/vjmech/article/view/13753>

(Bài báo khoa học Chương 2)

[3] **Long Nguyen-Nhut-Phi**, Son Nguyen-Hoai*, Quan Nguyen, “*Evaluate the strain energy error for the laser weld by the h-refinement of the Finite*

Element Method”, IJIRAE::International **Journal** of Innovative Research in Advanced Engineering, ISSN 2349 – 2163, Vol. 6, 09/2019, 586-591 (DOI: 10.26562/IJIRAE.2019.SPAE10081)

<https://www.ijirae.com/volumes/Vol6/iss09/01.SPAE10081.pdf>

(Bài báo khoa học Chương 4)

[4] **Long Nguyen-Nhut-Phi**, Son Nguyen-Hoai*, “*Using the Genetic Algorithm to Optimize Laser Welding Parameters for Martensitic Stainless Steel*”, IRJCS:: International Research **Journal** of Computer Science, ISSN 2393 – 9842, Vol. 6, 09/2019, 676-680 (DOI: 10.26562/IRJCS.2019.SPCS10084)

<http://www.irjcs.com/volumes/Vol6/iss09/02.SPCS10084.pdf>

(Bài báo khoa học Chương 3)

[5] Quan, Nguyen; Son, Nguyen Hoai*; Tu, Chuong Thiet; **Long, Nguyen Nhut Phi**, “*A sequential method in estimating laser heat flux on three-dimensional conduction model*”, The 2nd **International Conference** on Advances in Computational Mechanics (ACOME2017), 08/2017, Phu Quoc, Viet Nam

<https://icacome.org/media/upload/editor/files/Abstract%20collection.pdf>, STT: 48

(Bài báo khoa học Chương 2)

[6] **Long, Nguyen Nhut Phi**; Quan, Nguyen; Son, Nguyen Hoai*; Tin, Le Trung, “*A sequential method in inverse estimation of the absorption coefficient for the spot laser welding process*”, The 9th **International Conference** on Computational Methods (ICCM2018), ISSN 2374 – 3948 (Online), Vol. 5, 08/2018, 681-692, Rome, Italy

<http://www.sci-en-tech.com/ICCM2018/PDFs/3464-11548-1-PB.pdf>

(Bài báo khoa học Chương 2)

[7] **Nguyen Nhut Phi Long**, Nguyen Hoai Son*, Pham Tan, “*Compare the optimization of laser welding for martensitic stainless steels by meta-heuristic optimization algorithms*”, The 3rd **Conference** on Civil Technology (CivilTech 3), ISBN 978-604-73-6847-1, 09/2019, HCMUTE, Ho Chi Minh, Viet Nam

(Bài báo khoa học Chương 3)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Katayama, *Handbook of Laser Welding Technologies*, Woodhead Publishing, 2013. (Hardcover ISBN: 9780857092649; eBook ISBN: 9780857098771)
- [2] R.C. Crafer, P.J. Oakley, *Laser Processing in Manufacturing*, Springer Netherlands, 1993 (Hardcover ISBN 978-94-011-1570-4)
- [3] E.K.-A. Jr., *Principles of laser materials processing*, Wiley, 2009 (Hardcover ISBN 10: 0470177985 ISBN 13: 9780470177983)
- [4] W.M. Steen, J. Mazumder, *Laser Material Processing*, Springer, 2010. (<https://doi.org/10.1007/978-1-84996-062-5>)
- [5] Juang SC, Tarnng YS (2002) Process parameter selection for optimizing the weld pool geometry in the tungsten inert gas welding of stainless steel. *J Mater Process Technol* 122:3337. ([http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00021-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00021-3))
- [6] Information on <https://www.open.edu/openlearn/science-maths-technology/engineering-technology/manupedia/laser-beam-welding>
- [7] Information on <https://www.eurobots.net/laser-welding-and-cutting-robots-subc-13-en.html>
- [8] Information on <https://www.emag.com/machines/laser-welding-machines/elc-250-duo.html>
- [9] Information on <https://interestingengineering.com/laser-welding-types-advantages-and-applications>
- [10] Katayama, S. (2010). Understanding and improving process control in pulsed and continuous wave laser welding. *Advances in Laser Materials Processing*, 181–210. doi:10.1533/9781845699819.3.181
- [11] Carrizalez-Vazquez, M., Alvarez-Vera, M., Hernández-Rodríguez, A., Orona-Hinojos, J., Sandoval-Vázquez, G., & Acevedo-Dávila, J., Effect of Laser Welding on the Mechanical Properties AISI 1018 Steel, *MRS Advances*, 2(64), 4031-4039, 2017 (<https://doi.org/10.1557/adv.2017.599>)
- [12] D. Rosenthal, Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting, *Welding journal*, 20(5) (1941) 220s-234s.
- [13] V. Pavelic, R. Tanbakuchi, O. Uyehara, P. Myers, Experimental and computed temperature histories in gas tungsten-arc welding of thin plates, *WELD J*, 48(7) (1969) 295
- [14] E. Friedman, Thermomechanical Analysis of the Welding Process Using the Finite Element Method, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 97(3) (1975) 206-213

- [15] J. Goldak, A. Chakravarti, M. Bibby, A new finite element model for welding heat sources, *MTB*, 15(2) (1984) 299-305
- [16] J. Goldak, M. Bibby, J. Moore, R. House, B. Patel, Computer modeling of heat flow in welds, *MTB*, 17(3) (1986) 587-600
- [17] K.R. Balasubramanian, N. Siva Shanmugam, G. Buvanashakaran, K. Sankaranarayanan, Numerical and Experimental Investigation of Laser Beam Welding of AISI 304 Stainless Steel Sheet, *Advances in Production Engineering & Management*, 3(2) (2008) 93-105.
- [18] N. Siva Shanmugam, G. Buvanashakaran, K. Sankaranarayanan, Some studies on weld bead geometries for laser spot welding process using finite element analysis, *Materials & Design*, 34(0) (2012) 412-426.
- [19] N. Yadaiah, S. Bag, Development of egg-configuration heat source model in numerical simulation of autogenous fusion welding process, *International Journal of Thermal Sciences*, 86(0) (2014) 125-138.
- [20] P. Dinesh Babu, G. Buvanashakaran, K.R. Balasubramanian, Experimental investigation of laser transformation hardening of low alloy steel using response surface methodology, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(5-8) (2013) 1883-1897.
- [21] El-Batahgy, Abdel-Monem, Effect of laser welding parameters on fusion zone shape and solidification structure of austenitic stainless steels, *Mater Lett*, 32(2-3) (1997) 155-163.
- [22] K.Y. Benyounis, A.G. Olabi, M.S.J. Hashmi, Effect of laser welding parameters on the heat input and weld-bead profile, *Journal of Materials Processing Technology*, 164-165 (2005) 978-985.
- [23] J.V. Beck, B. Blackwell, C.R. St.Clair, *Inverse heat conduction ill-posed problems*, (1985).
- [24] M.N. Ozisik, *Inverse heat transfer: fundamentals and applications*, (2000) (ISBN 9781560328384)
- [25] Y.S. Sun, C.I. Weng, T.-C. Chen, W.-L. Li, Estimation of Surface Absorptivity and Surface Temperature in Laser Surface Hardening Process, *Japanese Journal of Applied Physics*, 35(6R) (1996) 3658.
- [26] J.-T. Wang, C.I. Weng, J.G. Chang, C.C. Hwang, The influence of temperature and surface conditions on surface absorptivity in laser surface treatment, *J Appl Phys*, 87(7) (2000) 3245-3253.
- [27] H.T. Chen, X.Y. Wu, Estimation of surface absorptivity in laser surface heating process with experimental data, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39(6) (2006) 1141.
- [28] Q. Nguyen, C.-y. Yang, A modified Newton–Raphson method to estimate the temperature-dependent absorption coefficient in laser welding process, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 102

(2016) 1222-1229.

- [29] Benyounis et al. Multi-response optimization of CO2 laser-welding process of austenitic stainless steel. *Optics and Laser Technology*, Vol. 40, pp. 76-87, 2008. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.optlastec.2007.03.009>)
- [30] Anawa et al. Optimization of tensile strength of ferritic/austenitic laser-welded Components. *Optics and Laser in Engineering*, Vol. 46, pp. 571-577, 2008. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2008.04.014>)
- [31] Khan et al. Experimental design approach to the process parameter optimization for laser welding of martensitic stainless steels in a constrained overlap configuration. *Optics and Laser Technology*, Vol. 43, pp. 158-172, 2011. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.optlastec.2010.06.006>)
- [32] Yangyang Zhao et al. Optimization of laser welding thin-gage galvanized steel via response surface methodology. *Optics and Laser in Engineering*, Vol. 50, pp. 1267-1273, 2012. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2012.03.010>)
- [33] Reisgen et al. Optimization of laser welding of DP/TRIP steel sheets using statistical approach. *Optics and laser technology*, Vol. 44, pp. 255-262, 2012. (<https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2011.06.028>)
- [34] Mingjun Zhang et al. Optimization of deep penetration laser welding of thick stainless steel with a 10 kW fiber laser. *Materials and Design*, Vol. 53, pp. 568-576, 2014. (<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.06.066>)
- [35] Yuewei Ai et al. A defect-responsive optimization method for the fiber laser butt welding of dissimilar materials. *Materials and Design*, Vol. 90, pp. 669-681, 2016. (<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.10.160>)
- [36] Ahn et al. Parametric optimization and microstructural analysis on high power Yb-fibre laser welding of Ti6Al4V. *Optics and Lasers in Engineering*, Vol.86, pp. 156-171, 2016. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2016.06.002>)
- [37] Zhongmei Gao et al. Parameters optimization of hybrid fiber laser-arc butt welding on 316L stainless steel using Kriging model and GA. *Optics and laser technology*, Vol. 83, pp. 153-162, 2016. (<https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2016.04.001>)
- [38] Shanmugarajan et al. Optimisation of laser welding parameters for welding of P92 material using Taguchi based grey relational analysis. *Defence Tech*, Vol. 12, pp. 343-350, 2016. (<https://doi.org/10.1016/j.dt.2016.04.001>)
- [39] R. Venkata Rao, Dhiraj P. Rai, Joze Balic, A multi-objective algorithm for optimization of modern machining processes, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 61 (2017) 103125. (<https://doi.org/10.1016/j.engappai.2017.03.001>)

- [40] K. Vijayan, P. Ranjithkumar and B. Shanmugarajan, Comparison of Response Surface Methodology and Genetic Algorithm in Parameter Optimization of Welding Process, *Appl. Math. Inf. Sci.* 12, No. 1, 239-248 (2018). (<http://dx.doi.org/10.18576/amis/120124>)
- [41] Yang Yang, Longchao Cao, Qi Zhou, Chaochao Wang, Qing Wu, Ping Jiang, Multi-objective process parameters optimization of Laser-magnetic hybrid welding combining Kriging and NSGA-II, *Robotics and Computer Integrated Manufacturing* 49 (2018) 253262. (<https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.07.0033>)
- [42] O.C. Zeinkiewicz, *The finite element method*, 4rd ed., McGraw-Hill, New York, 2000. (ISBN 0070841748, 0070841756)
- [43] I.Babuska, O.C. Zeinkiewicz, J.Gago, E.R.de.A.Oliveira, *Accuracy estimates and adaptive refiments in finite element computations*, John Wiley & Sons, 1986.
- [44] A.Promwungkwa, *Data structure and error estimation for an adaptive p-refinement finite element method in 2-D and 3-D solids*, PhD thesis, Placksburg, Virginia, April - 1998.
- [45] L. Demkowicz, Ph. Devloo, J.T. Oden, On an h-type mesh-refinement strategy based on minimization of interpolation errors, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 53, Issue 1, Pages 67-89, ISSN 0045-7825, 1985. ([https://doi.org/10.1016/0045-7825\(85\)90076-3](https://doi.org/10.1016/0045-7825(85)90076-3))
- [46] I. Babuška, B.Q. Guo, The h, p and h-p version of the finite element method; basis theory and applications, *Advances in Engineering Software*, Volume 15, Issues 3–4, Pages 159-174, ISSN 0965-9978, 1992. ([https://doi.org/10.1016/0965-9978\(92\)90097-Y](https://doi.org/10.1016/0965-9978(92)90097-Y))
- [47] Andersson, B. , Falk, U. , Babuška, I. and Von Petersdorff, T., Reliable stress and fracture mechanics analysis of complex components using a h–p version of FEM. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 38: 2135-2163, 1995 (<https://doi.org/10.1002/nme.1620381302>)
- [48] Babuška, I., Petersdorff, v.T. & Andersson, B., *Computation of the vertex singularity factors for laplace equation in 3 dimensions*, Tech. Note BN-1140, Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland, USA, 1992.
- [49] W Rachowicz, An anisotropic h-type mesh-refinement strategy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 109, Issues 1–2, Pages 169-181, ISSN 0045-7825, 1993 ([https://doi.org/10.1016/0045-7825\(93\)90231-L](https://doi.org/10.1016/0045-7825(93)90231-L))
- [50] Michael R. Dörfler, Bert Jüttler, Bernd Simeon, *Adaptive isogeometric analysis by local h-refinement with T-splines*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 199, Issues 5–8, Pages

- [51] H. Zhao, D.R. White, T. DebRoy, Current issues and problems in laser welding of automotive aluminum alloys, *International Materials Reviews*, 44 (1999) 238-266.
- [52] T. DebRoy, S. David, Physical processes in fusion welding, *Review of Modern Physics*, 67(1) (1995) 85-112.
- [53] X. Na, Laser Welding, Sciyo 2010
- [54] D.W. Hahn, M.N. Özişik, *Heat Conduction*, 3 ed., John Wiley & Sons, Inc., 2012
- [55] D. Rosenthal, *The theory of moving sources of heat and its application to metal treatments*, in ASME, 1946.
- [56] N. Rykhaline, *Energy sources for welding*, *Revista de Soldadura*, 6(3) (1976) 125-140
- [57] G. Krutz, L. Segerlind, *Finite Element Analysis of Welded Structures*, *Welding Research Supplement*, 57 (1978) 211-216
- [58] B.M.R. Frewin, D.A. Scott, *Finite Element Model of Pulsed Laser Welding*, *Welding Research Supplement*, 78 (1999) 15s-22s
- [59] A. De, T. DebRoy, Improving reliability of heat and fluid flow calculation during conduction mode laser spot welding by multivariable optimisation, *Sci Technol Weld Joi*, 11(2) (2006) 143-153.
- [60] K. Hong, D.C. Weckman, A.B. Strong, W. Zheng, Modelling turbulent thermofluid flow in stationary gas tungsten arc weld pools, *Sci Technol Weld Joi*, 7(3) (2002) 125-136.
- [61] J.A. Goldak, M. Akhlaghi, *Computational welding mechanics*, Springer, 2005
- [62] B. Carnahan, H.A. Luther, J.O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*, Wiley, New York, 1969.
- [63] A. De, S.K. Maiti, C.A. Walsh, H.K.D.H. Bhadeshia, Finite element simulation of laser spot welding, *Sci Technol Weld Joi*, 8(5) (2003) 377-384.
- [64] R.W. Lewis, P. Nithiarasu, K.N. Seetharamu, *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*, (2004).
- [65] D.K. Gartling, J.N. Reddy, *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics*, Third Edition, 3 ed., CRC Press, 2010.
- [66] H.-C. Huang, A.S. Usmani, *Finite Element Analysis for Heat Transfer: Theory and Software*, 1 ed., Springer-Verlag London, 1994.
- [67] R.W. Lewis, K. Ravindran, Finite element simulation of metal casting, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(1-3)

(2000) 29-59

- [68] S. Safdar, A.J. Pinkerton, L. Li, M.A. Sheikh, P.J. Withers, An anisotropic enhanced thermal conductivity approach for modelling laser melt pools for Ni-base super alloys, *Applied Mathematical Modelling*, 37(3) (2013) 1187-1195.
- [69] S. Bag, A. Trivedi, A. De, Development of a finite element based heat transfer model for conduction mode laser spot welding process using an adaptive volumetric heat source, *International Journal of Thermal Sciences*, 48(10) (2009) 1923-1931.
- [70] B. Sawaf, M.N. Ozisik, Y. Jarny, An inverse analysis to estimate linearly temperature dependent thermal conductivity components and heat capacity of an orthotropic medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(16) (1995) 3005-3010.
- [71] C.-H. Huang, C.-Y. Huang, An inverse problem in estimating simultaneously the effective thermal conductivity and volumetric heat capacity of biological tissue, *Applied Mathematical Modelling*, 31(9) (2007) 1785-1797.
- [72] F. Bobaru, S. Rachakonda, Boundary layer in shape optimization of convective fins using a meshfree approach, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 60(7) (2004) 1215-1236.
- [73] C.-H. Huang, J.-H. Hsiao, A non-linear fin design problem in determining the optimum shape of spine and longitudinal fins, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 19(2) (2002) 111-124.
- [74] D.T.W. Lin, C.-N. Huang, C.-C. Chang, The Optimization of the Heat Removal on the LED Package, *Advanced Science Letters*, 4(6-7) (2011) 2301-2305.
- [75] C.-Y. Yang, Estimation of boundary conditions in nonlinear inverse heat conduction problems, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 17(3) (2003) 389-395.
- [76] D.T.W. Lin, C.-y. Yang, The estimation of the strength of the heat source in the heat conduction problems, *Applied Mathematical Modelling*, 31(12) (2007) 2696-2710.
- [77] M. Frank, P. Wolfe, An algorithm for quadratic programming, *Naval research logistics quarterly*, 3(1-2) (1956) 95-110.
- [78] R. Sabarikanth, K. Sankaranarayanan, N. Siva Shanmugam, G. Buvanashakaran, A study of laser welding modes with varying beam energy levels, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 223(5) (2009) 1141-1156.

- [79] IMSL, *Library Edition 10.0, User's Manual: Math Library Version 1.0*, Houston, Tex, (1987).
- [80] S.-M. Lin, C.o.-K. Chen, Y.-T. Yang, A modified sequential approach for solving inverse heat conduction problems, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(12-13) (2004) 2669-2680.
- [81] S.-M. Lin, A sequential algorithm and error sensitivity analysis for the inverse heat conduction problems with multiple heat sources, *Applied Mathematical Modelling*, 35(6) (2011) 2607-2617.
- [82] Alam et al. A comparative study of metaheuristic optimization approaches for directional overcurrent relays coordination. *Electric Power Systems Research*, Vol. 128, pp. 39-52, 2015. (<http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2015.06.018>)
- [83] R. V. Rao. Jaya, A Simple and New Optimization Algorithm for Solving Constrained and Unconstrained Optimization Problems. *International Journal of Industrial Engineering Computations 2016*; 7 (1): 1934. (<http://dx.doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.8.004>)
- [84] R. Storn and K. Price. Differential Evolution-A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal Global Optimization*, vol. 11, pp. 341-359, 1997
- [85] N.N Son, C.V. Kien and H.P.H Anh. A novel adaptive feed-forward-PID controller of a SCARA parallel robot using pneumatic artificial muscle actuator based on neural network and modified differential evolution algorithm. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 96, pp. 65-80, 2017
- [86] Son, N.N., Anh, H.P.H. and Chau, T.D. Adaptive neural model optimized by modified differential evolution for identifying 5-DOF robot manipulator dynamic system, *Soft Computing*, Vol. 22, N. 3, pp. 979-988, 2018
- [87] Ciarlet, P. G. “*The Finite Element Method for Elliptic Problems*”, North-Holland, Amsterdam, 1978.
- [88] Wait, R. and Mitchell A. R., “*The Finite Element Analysis and Applications*”. John Wiley and Sons, Chichester, 1985.
- [89] Rank, E., Rucker, M., Duster, A., Broker, H. “The efficiency of the p-version finite element method in a distributed computing environment” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 52:589-604.
- [90] Cugnon, F. et Beckers, P. “*Developpement d'un prototype de code-p*”, rapport SF-232 Decembre 1996, LTAS-ULG.
- [91] Adjerid, S., “*A posteriori Finite Element error estimation for second-order hyperbolic problems*”, March 7, 2002.

- [92] Moore, P. K. “*Interpolation Error-Based A Posteriori Error Estimation for Two-Point Boundary Value Problem and Parabolic Equations in One Space Dimension*”. January 11, 2001.
- [93] Babuska I., Zienkiewicz O. C., Gago J. and Oliveira A. “*Accuracy Estimates and Adaptive Refinements in Finite Element Computations*”. John Wiley and Sons, Chichester, 1986.
- [94] Cugnon, F. “*Automatisation des calculs elements finis dans le cadre de la methode-p*”, these de doctorat, 2000, ULG.
- [95] Winterscheidt, D. and Surana, K. S. “p-refinement least-squares finite element formulation of Burgers’ equation”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36: 3629-3646. 1993.
- [96] Mandel, J., “An Iterative Solver for p-Refinement Finite Elements in Three Dimensions,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 116, pp. 175-183, 199
- [97] Szabo, B.A., “The p - and h - p Versions of the Finite Element Method in Solid Mechanics,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 80, pp. 185-195, 1990.
- [98] Zienkiewicz, O.C. and Craig, A., “Adaptive Refinement, Error Estimates, Multigrid Solution, and Hierarchic Finite Element Method Concepts,” in *Accuracy Estimates and Adaptive Refinements in Finite Element Computations*, Babuska, I., Zienkiewicz, O.C., Gago, J., and Oliveira, E.R.de.A. (eds.), John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [99] Szabo, B.A., “Implementation of a Finite Element Software System with h and p Extension Capabilities,” *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 2, pp. 177-194, 1986.
- [100] Szabo, B.A., “Mesh Design for the p-Refinement of the Finite Element Method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 55, pp. 181-197, 1986
- [101] Campton, S.D. and Jarvis, J.L., “An Investigation of the Implementation of the p-Refinement Finite Element Method,” *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 23, pp. 1-21, 1996
- [102] Wiberg, N.-E., Moller, P., and Samuelsson A., “Use of Trigonometric Functions for Hierarchical Improvement of Finite Element Solutions of 2D-static Elastic Problems,” in *Proc. 93 NUMETA 85*, Vol. 1, Middleton, J. and Pande, G.N. (eds.), Rotterdam, Netherlands, pp. 77-86, 1985.
- [103] Peano, A., Pasini, A., Riccioni, R., and Sardella, L., “Adaptive Approximations in Finite Element Structural Analysis,” *Computers & Structures*, Vol. 10, pp. 333-342, 1979.
- [104] Wiberg, N.-E. and Moller, P., “Formulation and Solution of Hierarchical Finite Element Equations,” *International Journal for Numerical Methods*

in Engineering, Vol. 26, pp. 1213- 1233, 1988

- [105] Mandel, J., “Two-level Domain Decomposition Preconditioning for the p-Refinement Finite Element Method in Three Dimensions,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, pp. 1095-1108, 1990
- [106] Dunavant, D. A., “High degree efficient symmetrical Gaussian quadrature rules for the triangle. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 21:1129-1148, 1985.
- [107] Duster, A., Rank, E., “The p-refinement of finite element method compared to an adaptive h-refinement for the deformation theory of plasticity” *Comput. Methods Appl. Mech. in Engineering*, 190 (2001), 1925-1935.
- [108] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., *The Finite Element Method*, Fourth Edition, Vol. 1 Basic Formulation and Linear Programs, McGraw-Hill Book Company Europe, 1994
- [109] Information on http://amet-me.mnsu.edu/UserFilesShared/DATA_ACQUISITION/mts/MaterialData/MaterialData_6809-1018ColdDrawn.pdf
- [110] Information on <http://www.yandreou.com/wp-content/uploads/2014/08/AISI-1018-Mild-Low-Carbon-Steel-PDF.pdf>
- [111] Information on <http://www.engr.mun.ca/~katna/5931/STRAIN%20ENERGY-ImpactLoading.pdf>
- [112] Information on http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_I/BookSM_Part_I/08_Energy/08_Energy_02_Elastic_Strain_Energy.pdf